

海納百川

科技發源與交流史

何丙郁・著



科學有助於人文，人文也有助於科學。科學不能逃避歷史，但科學也能創造歷史。這個世紀，由於科技的迅速發展，新知識累積越來越多，有關的學科也分得越來越細，且常有新學科的產生，所以文科和理科之間，就出現了一種鴻溝。科學史正是彌縫此一鴻溝的對策之一。

本書旨在介紹科技在世界不同文化地區的養成，及其互相交流的歷史，從古代的埃及、美索不達米亞、希臘、印度和中國，歷中世紀前後的阿拉伯回教國家和歐洲，至科學革命時代的歐洲以及西學東漸時的中國，指出許多不同的民族，在歷史上的不同時代，曾經在科技發展過程中，各有所貢獻。他們的貢獻，有如百川納入現代科學的大海。

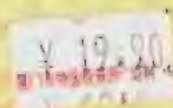


ISBN 957-08-1254-0



9 789570 612541

00150



清華文史講座

海納百川：科技發源與交流史

·A12020-06·
83.08.1612

中華民國八十三年八月初版

定價：新臺幣150元

有著作權，翻印必究

Printed in R.O.C

著	者	何	丙	郁
發	行	人	劉	瑞

本書如有缺頁，破損，倒裝請寄回更換。

出版者 聯經出版事業公司
臺北市忠孝東路四段555號
電話：3620137・7627429
郵撥電話：6418662
郵政劃撥帳戶第0100559-3號
印刷者 世和印製企業有限公司

行政院新聞局出版事業登記證局版臺業字第0130號

ISBN 957-08-1254-0(平裝)

謹以此書獻給
愛丁堡皇家學會會士，奧本涵爵士

This book is dedicated
to
Tan Sri Datuk Sir Alexander
Oppenheim, FRSE

七十八年度蔣經國國際學術交流基金會補助

導 言

今春我應聘蔣經國國際學術交流基金會、國科會，承乏清華大學特約講座，參與歷史研究所之術數研究計劃，並在該所碩士班開講一門科技史課程。這門課程旨在介紹科技在世界不同文化地區的成長，及其互相交流的歷史，從古代的埃及、美索不達米亞、希臘、印度和中國，歷中世紀前後的阿拉伯回教國家和歐洲，至科學革命時代的歐洲以及西學東漸時的中國，指出許多不同的民族，在歷史上的不同時代，曾經在科技發展過程中，各有所貢獻。他們的貢獻，有如百川納入現代科學的大海中。

我在英國劍橋大學，參與研究生講習會，都是由研究生們負責講課，做老師的僅是發問和答問，當然研究生們也可以發問。聽說清大的研究生在講習會上較少發言，而只聽老師講課。因此我就嘗試一個或者可能是兩全其美的辦法，即：由老師先備講義，由同學搜尋補充資料和講課，兩方都有發言的機會。那麼講義可說是個綱要。這部書所記述的，就是發給同學們的講稿，讓他們從參考書目中，自己再進一步深究。這部書也收納了他們的一些意見。

科學是有助於人文，人文也有助於科學。科學不能逃避歷史，但科學也能創造歷史。科學與文科是一線牽著的，可是，在這個世紀，由於科技的迅速發展，新知識累積越來越多，有關的學科也分得越來越細，且常有新學科的產生，所

以文科和理科之間，就出現了一道鴻溝。多年來已受到國際間的關注。國際大學教育協會也多次討論這個問題，尋求補救良策。其中一個提案是鼓勵大學科技史課程。科技史可以說是一個文理咸宜的課程。在取材方面，本課程是專為著文科同學而設，沒有涉及現代科學，無論是文科或理科的大學生，都能應付自如。

謹以此書獻給我的老師，前馬來亞大學數學講座教授和該校首任校長拿督奧本涵爵士（Tan Sri Datuk Sir Alexander Oppenheim）。又承我的多年知交，蘇瑩輝教授替本書作序和閱稿，新竹國立清華大學歷史研究所張永堂所長在本書的出版上，費了不少心神，並此謝忱！

目次

導言	i
第一章 古埃及在科技上的貢獻	1
第二章 美索不達米亞古代科技成就	13
第三章 古希臘：歐洲古代科學的發源地	23
第四章 希臘：雅典與科學發展	35
第五章 希臘化時代的科學發展	45
第六章 羅馬統治下的亞歷山大城	57
第七章 中國古代科學的發展	67
第八章 唐宋的科技發展	79
第九章 古印度的科學發展	93
第十章 阿拉伯回教國家的科技成就	105
第十一章 阿拉伯科學知識的西傳與歐洲的中世紀	115
第十二章 歐洲文藝復興時期的科學發展	127
第十三章 文藝復興與近代科學的開端	141
第十四章 公元 16 至 18 世紀間中西科技交流	153
參考書目	165

第一章 古埃及在科技上的貢獻

從廣義來說，凡知識之有系統、而能歸納於原理者，都可以稱為科學。科技史一般上所涉及的，是狹義上的科學和它的應用，包括自然科學和實用科學。另一方面科技史所講的是科學和技術的歷史，科技史這個學科也可以算是屬於人文科學的範疇，也有人說它是文、理兩科之間的橋樑。

我們所居住的地球外殼，是大約在 16 億年前固結，大約在 6 至 7 億年前，單細胞組織的、和多細胞組織的生物，開始在地球上出現。人類的祖先是出現在新生代中。這只不過是距今大約二、三百萬年的事情。人類起源的地點尚是一個未成定論的問題。以前許多專家都認定是在發現猿人化石最多的非洲。可是在這二十多年來，自從公元 1965 年，在雲南省元謀縣發現，依據古地磁斷代的測定是距今大約 170 萬年前的元謀人化石後，這個問題又再掀起爭論了。（另一說是根據地質年代的估計，元謀人的年代不應超過 73 萬年。）

科學的前史溯源至史前原始人開始使用石器和用火的時期，這是在舊石器時代。例如，1929 年，裴文中等發現距今大約 46 至 23 萬年前的北京人，已經知道用火和使用石製工具；1963 年，陝西省藍田縣的陳家窩村和公主嶺，先後發現藍田人的化石，從古地磁氣學的測定，陳家窩村的年代

是大約距今 60 萬至 50 萬年前，而公主嶺的早期直立人化石年代是距今大約 80 萬至 75 萬年。此外，非洲多處發現猿人化石，南亞洲出現爪哇人，歐洲的德國和法國也有早期直立人化石的遺跡。前史屬於考古學的範疇，不屬科技史。

先有文字後有史。我們都知道，在舊大陸所產生的古老文明，一切都是出現在大河流的流域。例如，中國的黃河與長江，印度的恒河與印度河，美索不達米亞的幼發拉底河與底格里斯河，和埃及的尼羅河。劍橋大學考古家丹尼爾 (Glyn Daniel) 認為世界上有六個古老文明，即：舊大陸的中國、印度、美索不達米亞、埃及，和新大陸的墨西哥和秘魯。荷蘭學者弗蘭克福特 (Henri Frankfort) 則認為印度、美索不達米亞、和埃及之間的各個文明，曾經歷長期的互相影響，墨西哥和秘魯之間，亦有長期的互相影響，所以主張僅有三個古老文明，即：中國、近東，和中美洲及西南美洲。考古學家發現中美洲的瑪雅人 (Mayas) 和印加人 (Incas) 已經有了一種象形文字，瑪雅人能夠進行天文觀察和簡單的計算等，而且亦有瑪雅人的天文臺遺跡。可是，公元 1492 年，哥倫布發現新大陸以前的有關新、舊兩大陸的文化交流資料，異常缺乏。本書的範疇，僅限於舊大陸各地區之間的科技發源和互相交流，藉以顯示科技在歷史上的發展，是有賴於世界上許多不同文化民族的努力和貢獻，唯有較重要的角色，是在不同的時代，由不同的文化或民族所扮演。首先讓我們從埃及這個古代文明開始。

談到埃及這個古國，就使人聯想到金字塔、沙漠、和尼羅河。金字塔使人聯想到數學，尤其是幾何學，和建築技術。沒有相當的數學和工程學知識，就無法建造那些龐大金字塔。沙漠上的天空少雲掩蓋天上的星，有利於觀察天象。尼羅河每年雨季時候水漲氾濫，淹沒沿岸的耕種田地，水退

後再需把田地分劃，這要靠幾何學知識，由此可以料想，古埃及人在幾何學、天文學、工程學方面，該有相當的認識。

古代埃及人使用一種象形文字 (hieroglyphics) 和二十四個像有子音功能的文字。他們逐漸把這種文字簡化，到了大約公元前 1900 年，成立了一種祭司用的文字 (hieratic)，

又到了大約公元前 400 年，古埃及的文字再進一步簡化，這就是古埃及的通俗文字 (demotic)。起初埃及的文字是刻在石面上，不便於書寫篇幅較長的文章，因此埃及的文字就有簡化的趨向。古埃及人又逐漸採用獸骨、泥、皮革、象牙、布帛等作為文具。後來他們發明用紙草。紙草 (papyrus) 來自一種繁殖在尼羅河的三角洲裡的長莖菅茅，植物名 *cyperus papyrus*。紙草莖長約二公尺，橫剖面作三角形。古埃及人把紙草的長莖縱剖，取出莖髓，縱剖為薄片，將兩片或三片縱橫疊上，浸水後，經過壓搾和擦亮後就成為紙草。紙草上的文字是用一支細毛筆浸上顏料書寫。紙草的優點是價廉容易購買，而且能夠黏貼成長卷。現存世界上最長的紙草書卷首推倫敦大英博物館編號第 9999 號的《哈里斯-1 號紙草》(*Papyrus Harris No.1*)。這卷書長約 40.5 公尺，闊約 0.42 公尺。由於紙草能夠連貼成長卷，許多古埃及的手抄書卷能夠整卷留存至今日。相反的古代蘇美爾楔形文字和商代的甲骨文記載就不能完整留存。它們有像數以千、萬的益智分合圖混雜在一起，而且其中一些碎片恐怕已經遺失。要把這些分合圖復元，並不是一件簡單的事情。埃及的氣候乾燥，適宜保存紙草書卷。要是在華南或臺灣的潮濕地帶發明使用紙草的話，書卷就不能保存多久留傳於後世。

英文指紙 “paper” 這一個字，源自拉丁文 “papyrus” (紙草) 一字，引起許多誤解，使人誤認埃及是紙的發源地。其實紙草和紙是兩回事。紙是指任何纖維通過排水作

用所黏成的一種薄片。紙草本身雖然是纖維，但是沒有經過製紙的過程。

現存最早的埃及數學紙草書，是藏在莫斯科的距今大約 3900 年前的《戈倫尼斯切夫紙草書》(*Golenischev papyrus*)。另外有一部是距今大約 3650 年前，從一部更早的紙草書抄錄的《賴因德紙草書》(*Rhind papyrus*)，這卷書現藏在倫敦大英博物館。

古埃及象形文字數字符數如下：

I	II	III	IIII	𐍌	𐍍	𐍎	𐍇	𐍈	𐍉
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
𐍊	𐍋	𐍌	𐍍	𐍎	𐍇	𐍈	𐍉	𐍊	𐍋
11	12	13	20	21	30	40	50	100	200
𐍌𐍊	𐍌𐍋	𐍌𐍌	𐍌						
210	300	1000	10000						

圖 1-1

埃及數學的特色是加法的運用以及單位分數的應用。例如，乘數不用乘數表而用連加法。假令要解答 123×17 ，古埃及的數學家就會先算出 1 加 1 得 2，123 加 123 得 246；2 加 2 得 4，246 加 246 得 492；4 加 4 得 8，492 加 492 得 984；8 加 8 得 16，984 加 984 得 1968。1 加 16 得乘數 17，答案是 123 加 1968 得 2091。

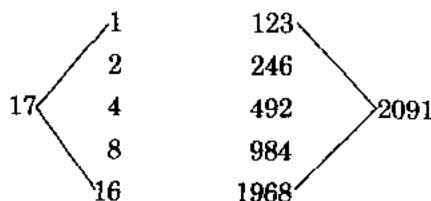


圖 1-2

現代的計算機所採用的也不是乘數表，而是類似古埃及的二對數方法 (dyadic method)。古埃及人的除數也是採用連加法。例如 $25 \div 3$ 是要先把除數 3 連加，即 $1+1=2$ ， $3+3=6$ ； $2+2=4$ ， $6+6=12$ ； $4+4=8$ ， $12+12=24$ ； $8+8=16$ ， $24+24=48$ 。被除數 25 是在 24 和 48 之間，減 24 餘 1。8 是和 24 同一排。即 $25 \div 3 = 8\frac{1}{3}$ (見圖 1-3)。

1	3
2	6
4	12
<u>8</u>	<u>24</u>
16	48

圖 1-3

埃及數學家常用單位分數，例如， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ ，等，把這些分數寫為 π ， π ， π ， π ，等。剛才的 $8\frac{1}{3}$ 則寫為 $\pi\pi\pi$ 。除卻 $\frac{2}{3}$ 以外，非單位分數都是寫成兩個相加的單位分數。例如， $\frac{2}{5}$ 就寫成 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{15}$ 的相加，即 $\pi\pi$ 。

偶然也有些關涉方程式的數題在紙草書卷中出現，雖然這類的算題並不常見。例如，《柏林紙草書》(Berlin papyrus) 所載的一個算題涉及一個一百單位面積的方，分為一大一小兩個小方，較小的邊長等於較大的邊長的 $\frac{3}{4}$ 。採用現代的代數方式，這個算題可以用下列兩個公式表示：

設 x 、 y 為兩小方的方長，而 $x > y$

$$x^2 + y^2 = 100 \cdots \cdots (1)$$

$$y = \frac{3}{4}x \cdots \cdots (2)$$

這是一個二次方程式的算題。答案是 $x = 8$ ； $y = 6$ 。

前文提及建築金字塔和劃分田地都必須具有幾何學知識。古埃及人認為一個二等邊三角形的面積是等於一半邊長乘底邊長。（其實這個公式是不準確的，三角形的面積是半高長乘底邊長。古埃及人的公式僅可以用在一個高瘦的三角形，答案就不會相差太遠。）古埃及人說圓面積是等於

於 $(\frac{8}{9})^2 d^2$ ， d 是圓的直徑。那圓周和直徑的比率 π 是等於 $4 \times (\frac{8}{9})^2 = 3.16$ 。這是載在《賴因德紙草書》，是距

今 3650 年以前，世界上最精密的 π 據數。古埃及的測量師以三條 3：4：5 比例長度的繩子，組成一個直角三角形。古埃及人在數學上的最高成就也許是在和金字塔有關的截頭稜錐體的體積上。設有方底的稜錐體，底邊長度是 a ，被截後上面成一邊長 b 的方形（圖 1-4）。上面和底面的距離（即截頭稜錐體的高度）是 h 。那麼埃及人的截頭稜錐體的體積 v 是：

$$V = \frac{h}{3} (a^2 + ab + b^2)$$

這個公式是十分精密。建築一座金字塔首先要計算塔的體積，然後知道所需石塊的數量。這個公式就派上用場了。

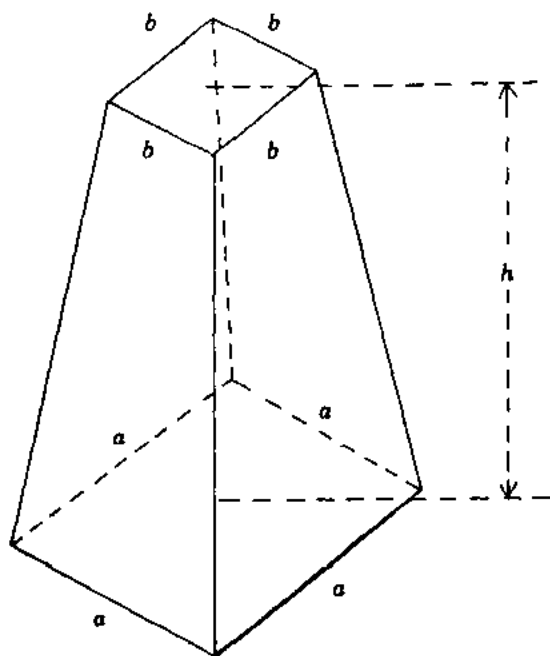


圖 1-4

埃及有許多座金字塔。最古老的是開羅南部埃及古都孟菲斯 (Memphis) 附近的金字塔，塔高約 61 公尺，建立在距今約 5000 年前。最吸引遊客參觀的是在 Giza 的三座金字塔，其中最大型的是大金字塔，建在距今大約 4900 年前，塔高大約 146 公尺，塔底邊長約 237 公尺，各底邊長度的相差不超出 14000 分之 1。建築原料是用重量約 3000 公斤的石灰岩石塊二百三十萬塊，由十萬人在三十年間築成。打做石塊要靠技術高超的石匠，搬運大量龐大石塊，再把它們從平地提昇至達 146 公尺的高空，等問題，曾經引起歷代一些學

者的注意。例如，古希臘史家希羅多德 (Herodotus) 認為古埃及人必然懂得槓桿的原理。

說到金字塔我們也可以同時提及埃及的方尖形石碑 (Obelisks)。這都是用花崗石製成的。不少古代的方尖形石碑已被運到外國處。例如，法國巴黎有一座重約二十二萬七千公斤的古埃及方尖形石碑。

上述建築在庫佛王 (Khufu) 時代的大金字塔的底座指向南北方向非常準確。當時還未有羅盤，必須從天文觀察確定方向。這個金字塔的西北面正中，有一入口，直通入地下室，和水平線作 30 度，恰好對著距今約 4900 年前的北極星位置，這都可以顯示古埃及人對天文學的認識。從古棺蓋的圖，可以看到古埃及人所認識的星座。例如，仙后、獵戶、天蠍、昴星、白羊等。古埃及人把天上的星座相配他們所信仰的天神，將天文學和神話相提並論。因此他們在天文學的成就，便較遜於古美索不達米亞人。

古埃及人觀察太陽所用的儀器有圭表和日晷。倫敦大英博物館藏有一具距今約 3500 年前的古埃及日晷。用在夜間觀測的，有一種特殊的儀器，稱為麥開特 (merhet) (見圖 1-5)。它的構造很簡單。A 是一個垂鉈，B 是一塊中間開縫的平板，沿板刻有記號。利用 A 就可以把 B 對準子午線，從而可測板縫中所見的星的地平高度。德國柏林博物館藏有一具距今約 3800 年前的古麥開特，認為是現存的最古埃及天文儀器。

在古埃及的時期，每一年中，當天狼星 (Sothis) 出現在東方地平線上時，尼羅河就開始河水泛濫。這是影響民生的一件大事情。較早時，埃及人以 360 日為一年，又把一年分

爲 36 個旬星 (decan)。旬星是什麼呢？原來古埃及人把赤道附近的星分爲 36 組，每組可能有幾顆星，也可能僅有一顆星：

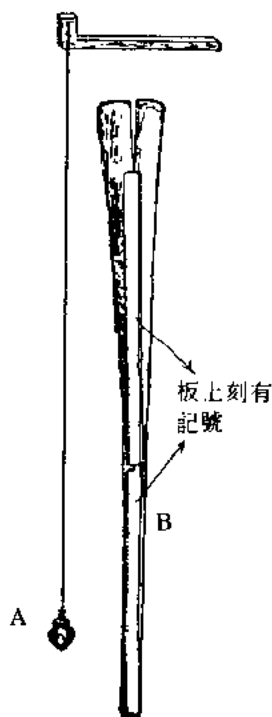


圖 1-5

每一組星管 10 天，所以稱爲旬星。當一組星在黎明前剛好昇到地平線上時，這就表示該旬星的來臨。古埃及人以三旬星日爲一月，一年有三季，即，洪水季、冬季 (peret)、和夏季 (shemu)。冬季播種，夏季收穫。當初古埃及年的一年中僅 360 日，後來經過長期觀察天狼星偕日升的時候，便將一年改有 365 日。古埃及人又知道經過每四年天狼星的出

現會遲 1 天，經過 $365 \times 4 = 1460$ 日後，天狼星將會再次同時出現。他們稱 1460 日為 *Sepedet*（天狗週），即 *Sothic Cycle*，埃及人所稱 *Sothis* 即天狗星，是現代天文學的天狼星。公元前 45 年，羅馬凱撒 (*Gaius Julius Caesar*，公元前 100—44 年) 使用此週期，以一年為 $365\frac{1}{4}$ 日。這就是所

謂儒略曆 (*Julian calendar*)，在歐洲沿用十七個世紀，直至公元 1582 年，纔由羅馬教皇格雷高里十三世 (*Gregory XIII*) 頒行的格雷高里曆（即現代所用的西曆，亦稱公曆）所取代。由此可見古埃及人對曆法的貢獻。

以上所講的是一種陽曆。依據近人的研究，古埃及人還有一種為著宗教而制訂的殺羊告朔陰陽曆。在《卡爾斯堡紙草書卷》(*Carlsberg papyrus*) 第 9 號中有如下的載述：

25 埃及年 = 309 月 = 9125 日

從此可見，1 年 = 365 日；

1 朔望月 = 29.5307 日；

25 年中有 9 個閏月。

古埃及人將晝夜各分為 12 小時，從日出至日落為晝，從日落至日出為夜。由於晝夜依隨季節而有長短的變化，小時的長短也隨著季節變化，埃及人把漏壺的形狀做成截頭圓錐體，在不同季節中使用不同流水量的漏壺。

古埃及人的天文學成就雖然比不上古美索不達米亞人，可是在醫藥方面，前者是遠勝於後者。《埃伯斯紙草書卷》(*Ebers papyrus*) 和《史密斯紙草書卷》(*Smith papyrus*) 是距今大約 3550 年和 4000 年前的兩部著稱的埃及醫典。古埃及人製造木乃伊時，首先要將屍體的內臟取出，由此獲得解剖學的一些基本知識，知道內臟的形狀，雖然他

們對這些內臟的功能尚不甚了解。從埃及的古刻畫，我們可以獲識距今 4500 年前，埃及已有動手術的外科醫生。古埃及有接骨的骨科專家、治眼病的眼科專家、內科專家等各種醫生，可是醫治經神病就依靠使用符咒的巫醫。古埃及的配方名馳一時，許多藥品傳往希臘和西歐。

在化學方面，距今大約 4500 年前的古埃及墓中壁畫，顯示當時的埃及人已經知道煉金的方法。《埃伯斯紙草書卷》載述許多種礦物，例如，銻礦、硫黃、碳酸鈉、鉛、食鹽、硝石等。古埃及人不僅曾經使用大量黃金，他們也會使用鐵、銅、青銅等各種金屬。他們已知道冶金，提煉植物油，製造染料等各種技術。用來包裹木乃伊的布料，染上顏色，歷數千年至今不脫，可以引證古埃及人的卓越技術。

古埃及人也懂得製造偽黃金的方法。現存荷蘭，距今大約 1700 年前，用希臘文所寫的《萊頓紙草書卷》(Leiden papyrus)，有如下的記載：

先將黃金和鉛細研如粉，每兩份的鉛用一份黃金，混合後加膠再攪。把此混合物塗在銅指環上，用火燒，連續燒至指環吸收（黃金的）顏色為止。真偽實難分辨，因為用試金石所劃出的，是真金的痕跡，火把鉛燒盡而留下黃金（在指環的表面上）。

《萊頓紙草書卷》僅是原來紙草書卷的一部分。另一部分是藏在瑞典，稱為《斯德哥爾摩紙草書卷》，載有做偽綠寶石的方法。古埃及人在公元 3900 年前，已經製造陶器和玻璃，並能將玻璃染上色彩。

“Alchemy”（煉金術）和“Chemistry”（化學）這兩個名詞曾引起一場爭論，至今尚未有定論。後者源出自前

者是毫無疑問，但是爭論的就是前者的來源。在本世紀以前一般人都相信“alchemy”是來自“Khem”這個字，這是指“黑色泥土的國家”，而尼羅河邊的泥土是黑色的，所以所指的是埃及，在阿拉伯國家 al Khem 是指煉金術，所以“alchemy”這個字是源自埃及、經由希臘文的 $\chi\eta\mu\epsilon\acute{\iota}\alpha$ (Chēmia) 和阿拉伯的 al Khem 傳入歐洲。可是古代文獻沒有記載 Khem 是指埃及這回事。阿拉伯文稱煉金術為 al-kimia。“alchemy”該是直接來自這個字，有人說是間接來自希臘文的 chēmia。最近數十年，有人提出阿拉伯文 al-kimia 這個字的來源是中國的“金”字。在客家話和韓國語言，這個字是唸 kim，也有人說，是來自中國的“金液”這兩個字。所以“alchemy”的起源有幾個不同的說法，而古埃及是其中之一，也是最先的說法，足以反映古埃及在化學史上，所扮演的角色。

本章所述的古埃及科技發源足以顯示，古埃及科技是全靠經驗，而忽略理論。古埃及的數學、天文學、醫學、煉金術等都顯出這個僅有實踐而無理論的現象。古埃及沒有現代所謂的純粹科學，僅有的是應用科技，而科技的目的，是在替王室及社會服務。

第二章 美索不達米亞古代科技成就

美索不達米亞 (Mesopotamia) 是現在伊拉克國所在的古地名。字的原義是“在(兩河之間)”，指在幼發拉底河與底格里斯河之間的地域。在歷史上這個地區曾經有過若干不同民族所居住。世界上最早的一個文化，就萌芽在這兩河流域的下游地區。大約距今 5500 年前，這個地區已經有蘇美爾人所建立的蘇美爾 (Sumer) 古國。從烏魯克 (Wruk)、烏爾 (Ur) 等遺址發掘出土的象形文字，蘇美爾人的語言不屬印歐語系，亦不屬閃人族的語系 (Semitic，包括阿拉伯、猶太、巴比倫、腓尼基等民族的語言)，根據較近的研究，這是和漢藏語系接近。烏魯克城佔地約 1100 英畝，人口估計約 5 萬，城中有大神廟，由祭司主持。蘇美爾人從事農業，以種植大麥為主，亦有小麥。他們也懂得開墾和開鑿溝渠，引水灌溉。在畜牧方面，他們養牛和羊，同時從事漁獵，獵物以鹿和野山羊為主。他們使用牛或驢子拉車，他們所居的房屋是以泥磚築成，金屬的加工業和製陶業亦相當發達。象形文字是刻在濕泥版上，在太陽下曬乾，或用火烘乾後，可以長期保存。從此以後，所有的楔形文字都是採用這個技術刻在泥版上。蘇美爾邦國時有洪水為禍，也在被比較文化落後的民族所包圍。北鄰有一個阿卡德 (Akkade) 國，屬於閃人族。蘇美爾和阿卡德兩國之間，經常有貿易往來和

文化的交流，但也時有戰爭發生。公元前 26 世紀，阿卡德人入侵蘇美爾，建立一個統一的蘇美爾和阿卡德聯邦。在武力上是阿卡德人征服蘇美爾，但從文化上來說，蘇美爾人是遠超越阿卡德人，後者接受了前者的文化，也可以說是後者是被征服了。這個聯邦在漢摩拉比國王（Hammurabi，公元前 1728 年至 1686 年）統治下的時期，極為興盛，威名遠播，國都設在巴比倫（Babylon），當時人便稱這個聯邦為巴比倫國（Babylonia）。巴比倫國人所採用的語言是阿卡德文，但是蘇美爾文仍被保存為古典文。

巴比倫國和它的北鄰亞述（Assyria）之間曾發生數次戰爭。公元前 689 年，亞述王山赫里布（Sennacherib）佔領巴比倫。後來那普勃來薩（Nabopolassar）在公元前 612 年，乘亞述的衰亂，恢復巴比倫國的獨立，復國約 90 年，歷史上稱為新巴比倫國，又稱迦勒底王國（Chaldaeae）。這個王國又佔據亞述國的首府尼尼微（Nineveh）。迦勒底人在天文學上有很大的貢獻，且以占星術著稱。公元前 538 年，迦勒底被波斯所征服，西亞細亞便在一段時期中受波斯所管轄。以上所述的有關古美索不達米亞的簡介，旨在說明古美索不達米亞有過許多不同民族居住，他們在不同時期有各自對科技的貢獻。

前述蘇美爾人的語言不屬閃人族的語言，而是一種沒有詞尾變化的所謂膠著語言。話雖如此，無論是蘇美爾文、阿卡德文、巴比倫文、亞述文、迦勒底文等，都是使用楔形文字。較早時蘇美爾人使用的是象形文字，後來纔改變用楔形文字。他們用蘆桿把字刻寫在容易搓捏的軟泥板上，泥板不久就失去水分轉硬。刻寫動作貴乎快速，從而文字的筆劃貴乎簡單。刻寫長篇的文章不太方便，需要大量的泥板。刻寫後還須把泥板依照次序安排和收藏，所以使用泥板

的民族，尚要在檔案保管方面多下工夫。因此古美索不達米亞的圖書館，是比古埃及的紙草書卷圖書館，遙遙領先。

泥板乾後用火烘硬，或者在太陽下曬硬。現存最古的泥板，是發現在距今大約 5000 年前的瓦克（Warka，在巴比倫的南部）紅廟遺址裡。僅是巴比倫時期的泥板，估計已經發現了大約 500,000 塊，現在分藏在世界各地的博物館，例如，在美國的費城、土耳其的伊斯坦堡、德國的耶拿等。

古希臘的史家都認為占星術是巴比倫人的最大成就，他們很少提及蘇美爾人和巴比倫人在數學上的貢獻。其實有關占星術的巴比倫人的文獻，遠不比希臘文和拉丁文的文獻豐富。他們都把後來迦勒底人的占星術，誤認為巴比倫人的傑作。

據說距今大約 5000 年前的蘇美爾人已經有了曆法，當時的月名，各處不同。從泥板上的記載可以獲知，亞述人所採用的古巴比倫曆法中的 12 個月的月名。當時的年是從春分開始，大小月相間，大月 30 日，小月 29 日；一年有 354 日。為著歲首是在春分，必須置閏，以補足回歸年和 354 日的相差。最初好像沒有一個固定的置閏方法，公元前 6 世紀後，纔有 8 年 3 閏的方法；後來又改為 27 年置 10 閏；最後在公元前 383 年，始有 19 年置 7 閏的制度。古埃及人所用的是陽曆，古美索不達米亞人所用的是陰陽合曆，現在的阿拉伯人所用曆法是陰曆。中國的傳統曆法都是陰陽合曆，月份是根據月亮的運行，而二十四氣是依據地球繞日軌道上的位置。

自公元前 323 年，美索不達米亞便受塞琉古王朝 (Seleucid dynasty) 所統治。這個王朝的天文學家，從公元前 311 年開始，就制定日、月運行表。從這些表可以算出 1 回歸年 = $12\frac{1}{3}$ 朔望月。有人說迦勒底人發現沙羅週期 (Saron-

ic cycle)，即 223 個月，可是近來有人認為這是不可靠的。巴比倫人對行星運行的週期也有準確的測定，即：

水星	46 年
金星	8 年
火星	32 年
木星	71 年
土星	59 年

例如金星的運行，經過 8 年後（更準確的是 99 個月減 4 日），便循環重演一次。

公元前 8 世紀，巴比倫人把一天分為 24 個相等的時段，即 24 小時。後來由希臘天文學家喜帕恰斯（Hipparchus，約公元前 192 至 120 年）和托勒密（Claudius Ptolemaeus，活躍約在公元 127 至 170 年，英文名 Ptolemy）採納巴比倫人的等時制，以正午為一天的開始，一直到公元 1925 年，始改為以子夜為一天的開始。前者在天文學上稱為“天文時”。

值得注意的是迦勒底人的占星術。祭司們利用占星術獲得廣大民眾的敬仰。加強他們的權威和勢力。占星術有賴於掌握日、月、五星運行的知識，須要進行天文觀察。所以占星術和天文學可說是相成相輔。其實以前並沒有占星術和天文學的區別，天文學這個名詞以前是包括占星術，直到歐洲的科學革命時代始和占星術分離。古美索不達米亞，亦即古代亞述、巴比倫的階梯狀金字塔型神廟 Ziggurat 是祭司們可以利用為一個很合條件的天文臺。他們所留下的天文觀察記錄，可以代表古美索不達米亞人在天文學上的貢獻。

美索不達米亞的有關數學的泥板，大概可以劃分為兩組。一組是距今約 5000 年前的記載，另一組是距今約 3500

年前的數學資料。第一組是屬於蘇美爾人的數學。他們採用一個十進位制兼一個六十進位制。他們僅使用兩個數學符號，即 ∇ 和 \triangleleft 。

$$\nabla = 60^n, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots);$$

$$\triangleleft = 10 \times 60^n, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots);$$

各數字都是由以上兩個符號所組成，例如：

$$\nabla = 1; \quad 60; \quad 3600; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla = 2; \quad 120; \quad 7200; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla = 3; \quad 180; \quad 10800; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla\nabla = 4; \quad 240; \quad 14400; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla = 5; \quad 300; \quad 18000; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla = 6; \quad 360; \quad 21600; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla = 7; \quad 420; \quad 25200; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla = 8; \quad 480; \quad 28800; \quad \dots \text{等。}$$

$$\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla = 9; \quad 540; \quad 32400; \quad \dots \text{等。}$$

$$\triangleleft = 10; \quad 600; \quad 36000; \quad \dots \text{等。}$$

$$\triangleleft\nabla = 11; \quad 660; \quad 39600; \quad \dots \text{等。}$$

$$\triangleleft\nabla\nabla = 12; \quad 720; \quad 43200; \quad \dots \text{等。}$$

•

•

•

$$\triangleleft\triangleleft = 20; \quad 1200; \quad 72000; \quad \dots \text{等。}$$


$$\triangleleft\triangleleft\nabla = 21; \quad 1260; \quad 75600; \quad \dots \text{等。}$$

$$\triangleleft\triangleleft\triangleleft = 30; \quad 1800; \quad 108000; \quad \dots \text{等。}$$

•

•


•


 = 40: 2400: 144000: ……等。


•


•


•


 = 50: 3000: 216000: ……等。


如是一直到 60: 3600: 218000 ……等，
再可以用  來代表的數字。以後的數字是：


 = 70: 4200: 252000: ……等，


 = 80: 4800: 288000: ……等，

 = 90: 5400: 324000: ……等，

 = 100: 6000: 360000: ……等，

 = 110: 6600: 396000: ……等，







 = 120: 7200: 432000: ……等，





 = 130: 7800: 468000: ……等。

•

•

等

有時美索不達米亞人採用減法，使用一個  相減符號。例如  = -1:    = 20 - 1 = 19，這是比較原來的  更為簡單，較便於刻寫。

蘇美爾人和巴比倫人沒有一個代表“零”的符號。他們用一個空位代表“零”。似乎他們並沒有需要採用這一個符號，因為  可以代表 10， 代表 20……、 代表 60 ……等。可是，假如  是用來代表 600，刻寫 601 就發生一點問題

了。601 是 $\llcorner \text{V}$ ，中間隔一空位。可是有時很難判斷中間是否有空位，或者是否有兩個空位，假如沒有空位，這個數字是 660 了。後來美索不達米亞人就創造一個代表空位的符號，這就是 X 。例如：

$$\text{V} \text{X} \llcorner = 216600;$$

$$\text{V} \text{X} \text{X} \llcorner = 216010;$$

上述的 601 當然是 $\llcorner \text{X} \text{V}$ 了。

蘇美爾人也用 V 和 \llcorner 這兩個符號來表示分數。例如：

$$\text{V} = \frac{1}{60}; \quad \frac{1}{60^2}; \quad \dots \frac{1}{60^n};$$

$$\llcorner = \frac{10}{60}; \quad \frac{10}{60^2}; \quad \dots \frac{10}{60^n};$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ 等。

$$\llcorner \llcorner = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\llcorner \llcorner \llcorner = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

有時同一個符號有兩個不同的解釋。例如， $\text{V} \llcorner \text{V}$ 這個符號，一方面可以認為是 $60 + 24 = 84$ ，又可以認為是一個分數，即 $1 + \frac{24}{60} = \frac{84}{60} = \frac{7}{5}$ 。

巴比倫的泥板，記載許多不同的數表，例如乘數表、平方表、立方表、倒數表等。美索不達米亞數學的一個特色是普遍使用 60 這個數字。現代的圓周分為 360 度，1 度分為 60 分，1 分有 60 秒，1 小時又分為 60 分，每分也有 60 秒

等，都是源出於美索不達米亞所常用的這個 60 數字。60 這個數字的起源，眾議紛紜，未知孰是。有人認為選擇這個數字的原因，是因為 60 可以除 2、3、4、5、6、10、12、15、20、30 而沒有剩餘。又有人說，假如在一個 360 度的圓形裡劃一個六面平方，那麼這個平方的每一邊都是等於圓形的半徑，而每邊也和圓的中心點作 60 度角，所以古美索不達米亞人，就選出 60 這個奇妙的數字。

巴比倫人也會使用十進法小數。例如，他們算出 2 的方根是 1.414213...。他們也另外有一答案，這是 1.4167。大約在公元前 3 至 4 世紀間，後者再度出現在印度的數學中。

巴比倫人在代數上也有相當成就。雖然當時尚沒有代數符號，他們已經能夠處理一些有關複息、超出一個未知數的一次方程式等的算題。此外，他們也會解答二次方程式、和某些三次方程式問題。在解答

$$x^2 + bx - c = 0$$

的一類二次方程式，他們知道使用

$$x = \sqrt{c + \frac{b^2}{4}} - \frac{b}{2}$$

的關係。他們也知道 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 這個關係。1936 年，在蘇沙（Susa）出土的一塊泥板載有解答一個八次方程式： $x^8 + a^2 x^4 = b^2$ 的方法。所用的是一連串的數字計算，而尚未有一個通則。後來的希臘、印度、和阿拉伯國家的代數學家，可能是曾受到巴比倫的影響。

在幾何學方面，巴比倫人能夠算出長方形、直角三角形、等腰三角形等的面積，而對直角三角形的特性，亦略有所認識。他們知道在弦上的對直徑角，是等於一直角，也會算出長方形平面六面體，直立圓柱體、圓錐體、方形金字塔

體等的體積。例如：

$$\text{金字塔截頭體積 } V = h \left[\left(\frac{a+b}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{a-b}{2} \right)^2 \right]$$

見圖 2-1。

V = 體積； h = 體高； a = 下方平面邊長； b = 上方平面邊長。

巴比倫人的這個方式，表面上是比古埃及人的更複雜，其實兩個方式都是相同的。

巴比倫人以 3 為圓周和直徑的比率，但是也好像曾經用過一個比較略為接近的 $\pi = 3\frac{1}{8}$ 圓周率。他們對級數亦有些認識，例如，等比級數：

$$1 + 2 + 4 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

他們也認識等差平方級數：

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}n \right) (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$

大約一百年前，在發掘出上的亞述王圖書館，和巴比倫的殿宇遺址中，發現了大量有楔形文字的粘土泥板。其中有世界上現存的最早醫典。從亞述王國的泥板中，可以看到許多藥物的名稱，例如：薄荷、蓖麻子油、罌粟等，和闡割手術的記載。

從巴比倫的泥板的記載，我們知道當時已經有外科和內科醫生的分別。漢摩拉比王立下他的著稱法典，規定外科醫生在手術成功時候應得的酬金，和手術失敗時所應受的懲罰。內科醫生除卻內服藥物，還使用外用軟膏，擦劑和浴劑等，並採用按摩術。可是一般來說，埃及的醫學是比美索不

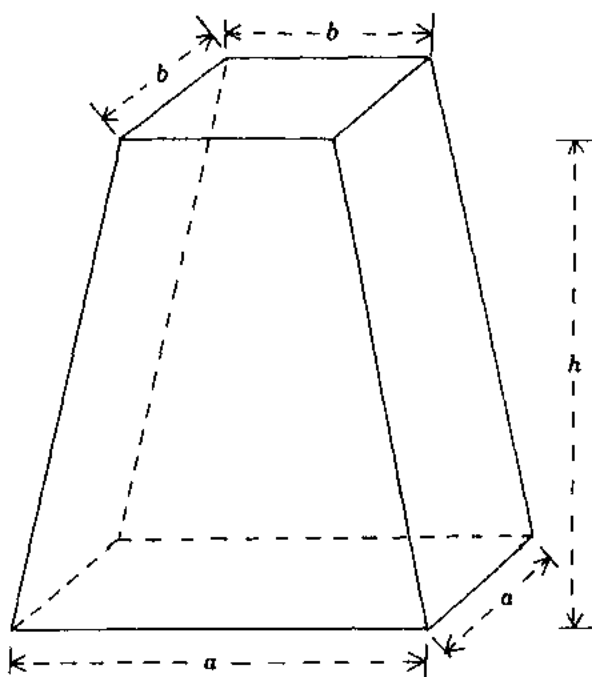


圖 2-1

達米亞較為先進。巴比倫的醫師是屬於巫師和祭師的階層，醫術受到巫術和占星術的支配。美索不達米亞人相信天象的運行和疾病的流行是有直接的關係。巴比倫人認為肝臟是人體中的最重要器官。出土文物中，有牛、羊肝臟的模型，看來這都是巴比倫人向神的供奉品。

第三章 古希臘：歐洲古代科學的發源地

歐洲的早期文化是晚於埃及和美索不達米亞，而且和兩者的文化也有所差異。這是發源在地中海東部的愛琴地區。早在公元前 2200 年以前，在這個地區的克里特島已經處於新石器時代，開始有來自小亞細亞和敘利亞的移民，建立了一個相當富裕的社會。公元前 14 至 12 世紀，被來自希臘本土的人屢次侵略，文明便告衰落，留下的有巨大宮殿和富豪住宅的遺址，和象形文字的泥板，以外，阿契亞人 (Achaeans) 也在希臘半島南端的伯羅奔尼撒半島，建立了一個邁錫尼文明 (Mycenaen civilization)。公元前 16 至 12 世紀，是這個文明的鼎盛時期。考古發掘的出土物中有陶器、金屬加工品、青銅器、巨型建築物遺址、貴重金屬等。大約在公元前 12 世紀，愛琴海地區被使用鐵兵器的多利斯人 (Dorians) 所征服，代以希臘文明。另有一個繼承愛琴文明的民族是腓尼基人 (Phoenicians)。腓尼基人是屬於閃人族，他們住在敘利亞的沿海地區，是當時最善於航海的民族。大約在公元前 12 世紀的時期，在地中海沿岸至西班牙都設有他們貿易交易站；也大約在這個時期，腓尼基人發明使用字母，這是被認為拉丁字母的起源。腓尼基人和希臘人之間，往往有貿易上的競爭和其他的糾紛。

在這段時期中，東地中海地區的居民，有些在這個地區

的範圍內轉居，各處的居民彼此有貿易往來，也有些和東部的巴比倫人以及南部的埃及人，都有貿易和文化的交流。希臘人本來也是來自他處的移民。他們在大約公元前 1400 年始佔據希臘，然後再擴展至東面的小亞細亞西部和西面的義大利南部包括西西里島。古希臘的科學文明，就萌芽在小亞細亞西海岸的一個當時稱為米利都 (Miletus) 的海港。這沿海地區又稱愛奧尼亞 (Ionia)。公元前 6、7 世紀，米利都居住了一位稱為泰勒士 (Thales，約公元前 624 至 565 年，又一說公元前 644 至 546 年) 的商人。泰勒士在早年時，曾往埃及和美索不達米亞經商，目睹兩地的文化發達和科技的成就。後來他就在米利都創立一個學派，後世稱為米利都學派。泰勒士觀察到動、植物的食料都是潮濕，便主張水或濕氣是萬物的元素。這就是他所創立的一元論自然哲學。他研究埃及人的幾何知識，使用演繹法，獲知等腰三角形底邊兩角是相等，兩直線相交所產生的任何兩個交錯的對角是相等，相似三角形的邊長是同比例，三角形的三角總和是相等兩個直角，弦上的對直徑角是等於一直角，等等。他又使用投影法以算出金字塔的高度和一艘船至岸上的距離。他採用的演繹法 (deductive method) 使他在科學史上留名。

以前有些人說，泰勒士所以得名是因為他曾準確預言公元前 585 年出現在米利都的日蝕，又有人說他從巴比倫獲知沙羅週期。薩爾頓 (George Sarton) 指出，巴比倫人要至公元前 4、5 世紀纔知道日蝕的週期，泰勒士不可能在事前知道這個事情，泰勒士雖然有講及日蝕，但是還沒有找到證據，確定他曾提及該次日蝕的出現日期，即公元前 585 年 5 月 28 日。以前有人認為迦勒底人所發現的 223 個月週期是沙羅週期。其實希臘文的 Saros (沙羅) 這個字，是源出巴比倫文的 Saru 的一個字。Saru 原義是指 3600 年的週期，

和 223 個月的週期無關。上述的誤解並沒有涉及泰勒士的聲譽。從他的米利都學派開始，宇宙萬物就被認為是屬於自然界，而可以從人類的理性作觀察和研究。

泰勒士的一位門徒，阿那克西曼德（Anaximander，公元前約 611 年至 547 年）也是來自米利都。他是最早繪製當時所知的世界地圖的西方人士。他從美索不達米亞引進日晷至歐洲。這種日晷是一個垂直的表，用以測太陽投影的長度。阿那克西曼德採用這個日晷來探測冬至、夏至、春分和秋分的日期。他認為地不再是浮在水上的圓盤，而是一個被水圍着的圓球，在宇宙中央，太陽、月亮、和星體都是藏在透明的環中，繞着地球而轉。人們之所以能夠看見天體，是因為這些不透明環都有漏孔。他也提出一種演化論，認為萬物都是由泥演變而成。最初，滿地都佈着泥，從泥產生動、植物。人類也是從泥演變而成，最先是以魚的形狀在水裡居住，後來逐漸從魚皮蟬脫，移到陸上生活。

愛奧尼亞的第三位自然哲學家是阿那克西曼德的門徒，阿那克西美尼（Anaximenes，約公元前 570 至 526 年）。他認為元氣（pneuma）是萬物的本源。他說空氣是一種元氣，當空氣稀薄時就變為火，空氣凝聚時就變為水，而水凝固時就變為土。因此，在米利都學派的學說中，已孕育了後來的四元論概念。在天文學方面，阿那克西美尼知道月亮的光，是太陽光的反映。

愛奧尼亞人在公元前 6 世紀的時期，已經知道使用陶工轉輪、水平儀、車床、和三角板。公元前 6、5 世紀的轉期，愛奧尼亞被波斯佔領。公元前 494 年，米利都全被燒毀，從此變為歷史的陳迹。後來，不少愛奧尼亞人往波斯謀生，有些人從東方帶回當地的科技知識。例如，德謨斯德（Democedes）曾任波斯國王的醫藥侍從，後來他回到希

臘的西部，在現今南義大利的克魯頓 (Croton)，撰寫希臘人最早的一部醫典。後來克魯頓成立一所醫科學校，成為歐洲的一個重要學術中心。

在享有盛名的愛奧尼亞人自然哲學者當中，還有赫拉克利特 (Heracleitus of Ephesus，約公元前 540 至 475 年)、留希波 (Leucippus，約公元前 475 年生)、德謨克里圖 (Democritus，約公元前 470 至 400 年) 等。赫拉克利特主張火是主要的元素，因為火的形狀是變化多端莫測。他認為火是萬物的本原。留希波和德謨克里圖是古希臘原子論的創始人。留希波最先提出原子論，德謨克里圖是他的門徒，可是青出於藍而勝於藍，弟子的聲譽蓋過老師。德謨克里圖說，萬物都由固體的原子和空間 (void) 所組成，僅有一種一模一樣的原子，原子極微小，非肉眼所能看見，而是不能分裂，不能毀滅，又不能壓縮。兩物相異，僅在於原子的數量和組織有所不同。人類都是由不同數量和不同分配的原子所組成，這不過是一個有時間限制性的集合，人死後這些原子就離開四處分散，再和別的原子集合，組成別的物體。假如有一天已經分散的原子再度相聚合，那麼就會再度組成以前的一個人了！德謨克里圖的再傳門人，沒有發揚他的原子論。例如，連他自己的最傑出門徒，伊比鳩魯 (Epicurus，公元前 340 至 270 年) 所講述的是以道德、教養等為規範之享樂，為人生至善的哲學。伊比鳩魯學派 (Epicureans) 很講究享樂和美食。

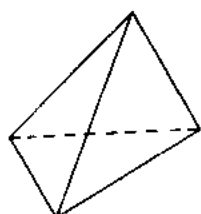
阿那克西美尼的元氣說，後來得到第奧根尼 (Diogenes of Apollonia，公元前 440 年著稱) 詳加發揮。第奧根尼認為世界上每一物質都經歷凝聚過程而形成，而生命本身則含有溫暖的元氣，好像急流一樣在靜脈內流動着，因而保持着身體的氣力。人類是由大地受到太陽的溫暖而產生。第

奧根尼又說，精液在子宮內受到溫暖而成胎兒。此外，他還能夠分辨人體的動脈和靜脈，知道各有不同的功能。

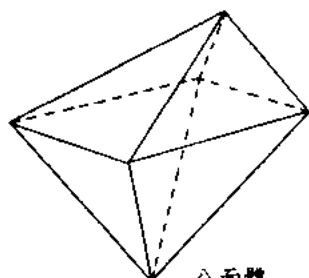
最傑出的一位愛奧尼亞的自然哲學者是畢達哥拉斯 (Pythagoras, 生年公元前 582 年?)。關於畢達哥拉斯本人的資料極缺乏。他生在沙謨斯島 (Samos)。有人說他對米利都學派很熟知，並且曾獲該學派的阿那克西曼德的指導。他曾到過美索不達米亞和埃及，然後來到義大利南部的克魯頓 (Croton) 創立了一個畢達哥拉斯學派 (Pythagorean school)，繼承了米利都派的學說。

畢達哥拉斯學派把泰勒士的幾何學，導入一個更高的境界，創造一個前後一貫的系統，在同一系統之下，全部的命題都是依隨幾個公理。後來歐幾里得 (Euclid) 在幾何學上的偉大貢獻，就是修訂這個系統。我們所熟識的畢達哥拉斯定理，傳說是出自畢達哥拉斯本人。畢達哥拉斯學派創出許多有關平行線、三角形、四邊形、正多角形、角的定理。在立體幾何方面，畢達哥拉斯學派起初知道有四種正面立體，即：正四面體、正六面體、正八面體、和正二十面體。這個學派便以它們代表土、氣、火、水，所謂四元。後來，畢達哥拉斯學派的人又發現了一個正二十四面體，便以這個立體代表宇宙。其後，這五種正面立體，因為被柏拉圖 (Plato, 公元前 427 至 347 年) 闡述而名於世，被稱為“柏拉圖立體” (Platonic bodies)。(見圖 3-1)。

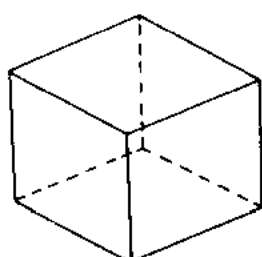
在數學上畢達哥拉斯學派偏重幾何學。例如，他們使用幾何學以引證 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ 。方法是將一個 $x+y$ 邊長的方形分為四，一個是以 x 為邊長的方，一個是以 y 為邊長的方，和兩個以 x, y 為兩邊長的長方，如圖 3-2。



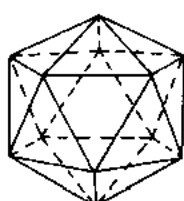
四面體



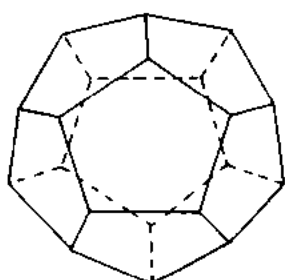
八面體



六面體



二十面體



十二面體

圖 3-1

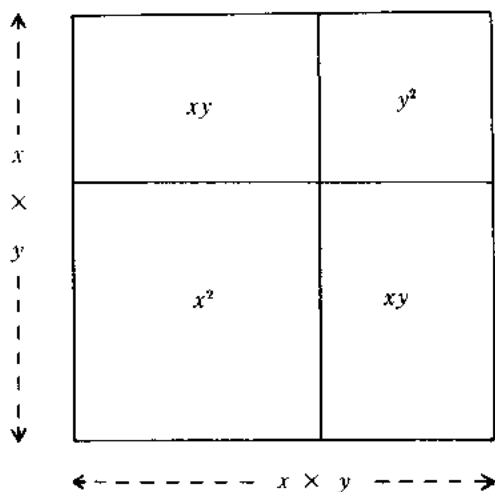


圖 3-2

畢達哥拉斯學派的人，認為整數具有神秘的特性，使他們對整數論發生興趣，但都是以幾何學作為出發點。例如，由兩個相同因數組成的數字，即 4、9、16、25、36 等，他們稱為方數 (square numbers)；由兩個不同因數組成的，即：6、10、15 等，他們稱為長方數 (oblong numbers)；由三個相同因數組成的，如 8、27、64、125 等，稱為立方數 (cubic numbers)；由三個不同因數組成的，如 30、42、66 等，稱為立體數 (solid numbers)。在方數級數中，任何連續的兩個或兩個以上方數所組成的，稱為金字塔數 (pyramid numbers)。例如，方數級數是：

1, 4, 9, 16, 25, ……。

那麼， $1+4=5$ ； $1+4+9=14$ ； $1+4+9+16=30$ ；等

5, 14, 30 等都是金字塔數字。

這些數字都可以用幾何方法解析，如圖 3-3。

[也可以用疊球方法]

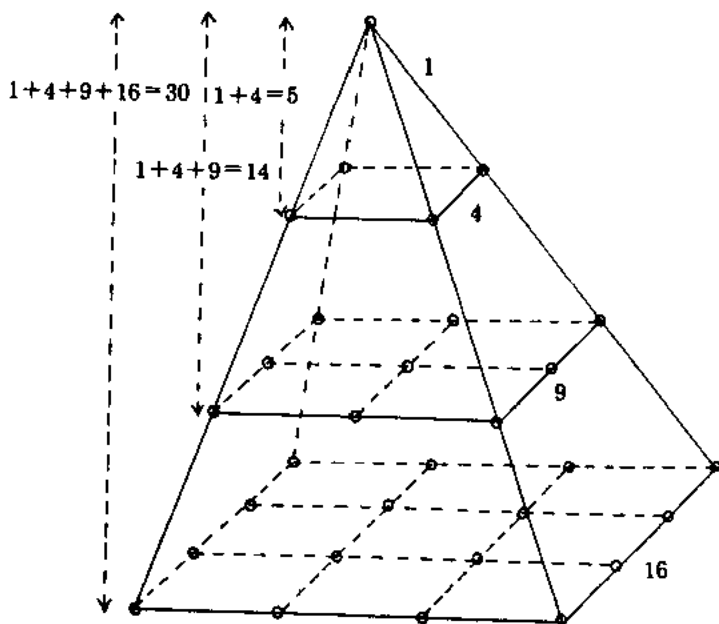


圖 3-3

他們也有所謂三角數 (triangular numbers)，例如，1, 3, 6, 10, 15, ……等，都是來自以下的級數：

1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4 等。這都能用疊圓方法表示出來，如圖 3-4。

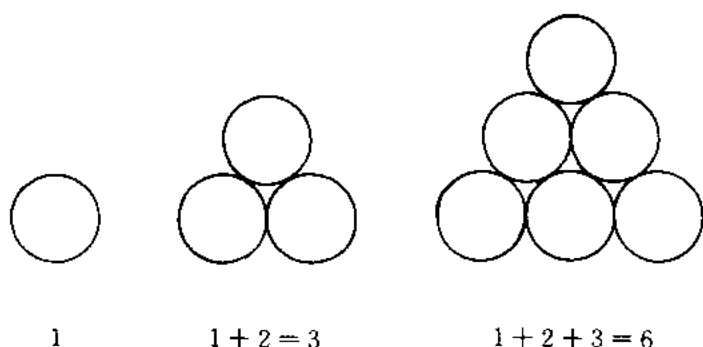


圖 3-4

畢達哥拉斯學派也知道任何兩個連接的三角數相加，都得一個方數。例如 $1 + 3 = 4$ ， $3 + 6 = 9$ ， $6 + 10 = 16$ 等。他們也懂得多種比例，例如：

$$a - b = b - c$$

$$a:b = b:c$$

$$a - b : b - c = a : c$$

$$a = \frac{2ab}{a + b} = \frac{a + b}{2} = b$$

等的比例。

前述畢達哥拉斯學派相信整數的神祕性。他們發現了一件對他們來說是很驚奇的事情。這就是，正方形的對角線和邊長的比例不是一個整數。換句話來說，對角線和邊長不能約分。這個學派的人沒有方法處理 $\sqrt{2}$ 這個數字，因為這不是一個整數。他們便避開這個難題，而繼續追尋數字的神秘。

試舉天文學為例，畢達哥拉斯派的自然哲學者知道在弦樂器中，發出各音符不同長短的弦，彼此間各有分別的長短比例，這些比例都成一個簡單的數字。他們便把這些簡單數字比例，推衍至天文學上，主張各天體和地球的距離，彼此之間也成一個簡單比例。他們說地是圓形，因為圓形是最完美的形體，而天是完美的，所以天體也是圓形。在數字方面，10 是被認為最完美。畢達哥拉斯學派中的斐洛勞斯（Philolaus of Tarentum，約公元前 480 至 400 年）說，地球不是在宇宙的中央，而在宇宙中央的是一團火；太陽、月亮、地球、五行星，和恒星所附的圓體，都是繞著這團火環轉；由於人們居住在地球和中央這團火相反的部分，所以沒有人看過這團火。斐洛勞斯又數出僅 9 件天體環繞著中央這團火。為着完成 10 這個完美的數字，他便假設一個反地球（counter earth），在地球軌道相對的位置，亦和中央的火團一樣，不為人所見。斐洛勞斯的主張沒有獲得廣泛的接受，因為他的兩個不能看到的假設大體，實難使人置信。

畢達哥拉斯學派的恩培多克勒（Empedocles of Acragas，公元前 490 至 435 年）被譽為四元說的始創者。他說土、氣、火、水，四元之間，呈着結合和分離的現象，例如：水和火分離，與土、氣結合；土和氣分隔，與火、水結合；水和火分隔，與土、氣結合；氣和土分隔，與火、水結合。每一元都具有熱、冷、乾、濕、四基性的其中兩種，而基性之間也有結合和分離的關係，一如四元。（見圖 3-5）

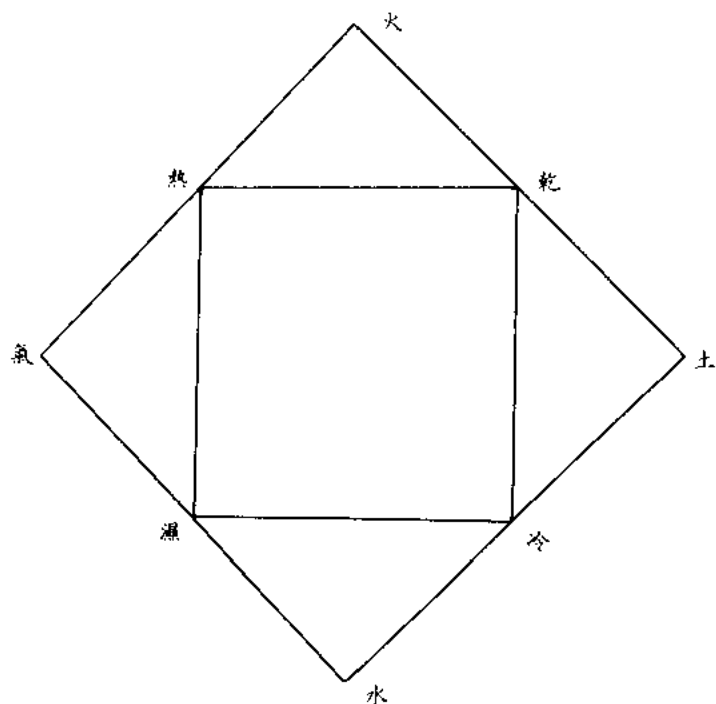


圖 3-5

恩培多克勒相信結合和分離的力量是循環着各佔優勢，促使四元經久不變循着運行，大自然的變化也是基於四元的運行。此外，他又主張“土”元生萬物，由動、植物以至人類。地下的火噴出一團一團的泥土，先變為人的四肢然後成人；男性的體溫比較女性的高，所以成形在南方，女性的體溫低，所以成形在北方。恩培多克勒又認為心臟是生命之所在處，血液具有一種天賦的溫暖，他指認這溫暖為靈魂(soul)。

另外一位畢達哥拉斯學派的學者巴謨尼德 (Pa-

monides of Elea, 約公元前 525 年生) 論及尋求真理應該只靠思索、不能有賴於由感覺器官所得的知覺。他建立了一個哲學派, 主張一個純是依理智的方法論, 這就是所謂邏輯學 (logic)。他堅持每一論據必須始終一貫。後來柏拉圖和歐幾里得所引用的, 都是他這套學說。

第四章 希臘：雅典與科學發展

公元前 5 世紀中葉，希臘的首府雅典，開始成爲一個重要學術活動中心。公元前 464 年，愛奧尼亞學者亞拿薩哥拉（Anaxagoras，約公元前 500—428 年）往雅典。當時著名希臘哲學家蘇格拉底（Socrates）還是一個六歲大的童子。後來這兩位大思想家的論說，往往針鋒相對。繼承蘇格拉底思想的是柏拉圖，而繼承亞拿薩哥拉的是亞里士多德（Aristotle）。亞拿薩哥拉對天文、動物學、植物學和地理都有興趣。這個時期，希臘人相信天體都是他們神話中的神，例如太陽是太陽神（Helios）。亞拿薩哥拉說天體都是由類似地上的物質所構成，太陽是一巨大燒燃着的石塊，月亮中有山谷而反映太陽的光。他又相信一切生物都具有靈魂和不同量而佈散在宇宙間的智慧。他的學說觸犯當時的宗教信仰，被控不虔誠罪下獄。後來他的一位有勢力的朋友救他出獄，他便離開雅典返回原籍。有史以來，他可能是由於學術思想違反教規而被下獄的最早一位學者。

亞拿薩哥拉離開雅典後，有兩位同名而來自不同地方的著名人物抵達雅典。一位是來自凱奧斯（Chios）的希波革拉第（Hippocrates，約公元前 430 年著稱）。他是一位幾何學家，曾撰寫一部有關幾何原理的著作，後來被歐幾里得所引用。

另一位是著名的大夫，來自哥斯 (Cos) 的希波革拉第 (約公元前 460 至 377 年)。歷史上有七位稱為希波革拉第的醫生，這裡所講的是最負盛名的，年代次序排第二位的希波革拉第。傳說他寫了幾部醫典。其中一部說及人體乃由四元所組成，即火、空氣、土和水。人體有四種“汁”(液體)，即血液、痰、黑膽汁、和黃膽汁。“痰”見於血液凝結時所見的纖維蛋白質；“黑膽汁”見於血液的凝結；而“黃膽汁”見於血清。在健康的人體，四元的分配保持平衡的狀態，不平衡就發生疾病。以前巫和醫是相提並論的，巫術和醫術是沒有分開的。在西方的傳統中，希波革拉第是被公認最初把醫術脫離巫術的大夫。由於他是首次把歸納法應用在醫學上，他被譽稱為“醫術之父”。他在倫理學上有很大的貢獻，這是關於醫德的記述。他的“希波革拉第誓言”在西方醫學上有很深刻的影響，現在某些大學醫學生在畢業典禮上還要宣讀一次這個誓言。

公元前第 5 世紀初期，整個希臘都受到著名哲學家蘇格拉底 (公元前 469 - 399 年) 的影響。蘇格拉底認為知識即是美德。他教導門徒認識自己和知識與行為的關係。可是他所講的知識卻排除科學知識。他認為天文學的有用範圍，僅限於測定晝夜和時間以制訂日曆。但是推測天體行度和與地球間的距離等各種活動，都被他認為是浪費光陰的事情。至於爭論天體運行的人們則被他指為瘋子。蘇格拉底有許多言論，但沒有留下著作。他的言論載在門徒的著作中。

繼承蘇格拉底的學說的人是他的最傑出門徒柏拉圖 (Plato, 公元前 427 - 347 年)。柏拉圖創立一個“理念學說”。他主張理念是獨立於個別事物和人類意識之外的實體。永恒不變的理念是個別事物的範型，個別事物是完善理念的不完善影子或摹本。感覺以個別事物為其對象，因而不

可能是真實知識的來源。人的靈魂在未轉世而進入肉體之前，是處在一個超自然的“理念世界”。因此假如要想獲得真正的知識，只需喚起自己的不朽靈魂對理念世界回憶。辯證法就是回憶理念的方法。柏拉圖留下許多著作。他在《蒂邁歐篇》(Timaeus)提及他對演化論的認識。他認為我們所居的地球是由一位在地球以外的完善而完美的神所創造，所以僅能有一個獨一無二的地球，而阿那克西曼德所講的反地球是不符事實的。柏拉圖又稱，既然地球是完善而完美的神所創造，它的形狀也應該是完美的球型。

柏拉圖談及五種正面立體，即正四面體、正六面體、正八面體、正十二面體、和正二十四面體。因此這五種立體後來被稱為“柏拉圖立體”。柏拉圖認為這幾個立體是四元和天的形象，火像金字塔形的正四面體，土像正立方的六面體，空氣像正八面體，水像正二十四面體，宇宙像十二面體。

柏拉圖深諳數學，他的數學知識是來自畢達哥拉斯學派。他對天文學亦有所涉獵，亦相當尊重名醫希波克拉第。可是對其他的科學知識，他就站在老師蘇格拉底的立場。他認為學哲學首先必修數學。在他設立的一所哲學學院的大門外寫着“不諳數學者勿進”這幾個字。在天文學方面，柏拉圖認為圓形和球形都是完美的形象，天體都是球形而運行的軌道也該是圓形，或者是天體附着透明的球體而轉動。他鼓勵他的門人尋求出一個以圓圈代表天體運行的系統。他所成功的就是導使以後二千年的西方天文學家跟着他繞圈子，至公元 17 世紀開普勒 (Kepler) 時始能脫離這個圈套。他又認為星體是浮在太空，各具有靈魂，由靈魂主使行動，而星體的靈魂是比人類的靈魂更完美。他也相信靈魂的移殖。他又創出一個宇宙和人的比喻，影響及中世紀時代的歐洲。他偏

重純理論和抽象性的事情而忽略了觀察。他責備作實驗的行動，不是說是有瀆神明就是藐視為最微小的一種機械技術。他所設立的哲學學院所注重的是哲學。這所學院在雅典持續約九百年，至公元 529 年東羅馬帝國皇帝查士丁尼（Justinianus，527—565 年在位）當位時纔告沒落。

柏拉圖的一位門徒歐多克斯（Eudoxus，公元前 409 至 356 年）主張各天體都在一系列的同心球遊動，以地球為各球的中心。他認為地是球形，這是受到畢達哥拉斯學派和柏拉圖的影響。他們認為天體的運動都是完美的。一切天體的運動速度是很不平均的，有時快，有時慢，有時停留不動，也有時向相反方向逆行。歐多克斯所提出的是，一切恒星都繫在一個球面上，這是最大的球，此球以地球為中心每日旋轉一周；行星、太陽和月亮則由許多同心球結合。太陽和月亮各有三個同心球，行星各有四個同心球，他的系統一共有二十七個球。行星、太陽和月亮的二十六個球，都依着不同的軸心，各以不同的平均速度運行。例如月亮的一個球是用來解釋一晝夜的行動，一個是解釋一個月中的行動，另一個是解釋月蝕的出現。這都是理想中的球，並非實體。歐多克斯亦沒有留下他這個複雜系統的詳細解釋。後來他的一個學生卡利普斯（Callipus，在世約公元前 325 年）把球的數目增加至 34，以符合新增的觀察紀錄。歐多克斯算出太陽年是 365 日 6 小時。他的另外一個學生赫拉克利德（Heraclides of Pontus，公元前 388 至 315 年）提出地球依地軸自轉說，以 24 小時自轉一次。赫拉克利德也主張水星和金星兩行星都是繞着太陽運行。

也有些柏拉圖的門徒，在數學上有若干的貢獻。歐多克斯是被譽稱為古希臘時代僅次於阿基米德的偉大數學家。他的比例論對歐幾里得有很大的影響，而且他也提及窮竭法，

把這個方法用在計算金字塔的容積上。還有一個門徒美那歐姆（Menaechmus，公元前 375 至 325 年）是最早發現圓錐截痕的數學家。

柏拉圖的最傑出門徒是亞里士多德（公元前 384 至 322 年），十七歲就拜柏拉圖為師，在他的門下近二十年。一開始他的習作已經載些和老師相反的意見，引起老師的不滿。公元前 347 年柏拉圖逝世。繼承他接管哲學學院的人，卻是另一位並非眾望所歸的門徒，亞里士多德忿然離開雅典。後來他成為一位年方十三歲的王子的老師，這就是後來威名蓋世的馬其頓王亞歷山大（公元前 336 至 323 年在位）。亞歷山大初登位，亞里士多德立即返回雅典，設立一所逍遙派學院（Peripatetic School），名稱取自他教導學生時在學園中來來去去。他的許多著作都是在他主持這所學院期間完成。他的言論常和柏拉圖的門徒針鋒相對，也有時發表一些和柏拉圖相反的見解。公元前 323 年，亞歷山大在巴比倫駕崩，在政治局勢的影響下，亞里士多德離開雅典，逃避在希臘的一個島中，翌年他也與世長辭。

亞里士多德的學問極為廣博。他的著作，從政治至倫理，從哲學至科學，無所不涉及。在搜集資料的豐富和把知識系統化上，古代西方國家中，實無人能與亞里士多德比擬。他是歸納法始創人之一，也是首先具有研究組織觀念的學者。

以前的人僅知道亞里士多德的對自然科學有關的著述，而忽略了他對動植物學的貢獻。人所共知的是他的地心說體系。地球是在宇宙中心，天體都是附着球型的透明天層上，他的天體次序是，月亮、水星、金星、太陽、火星、木星、土星和恒星的各天層，地球和月亮之間，另有火氣層、水“元”層、氣“元”層、和火“元”層。在恒星天層

之外有一個宗動天，這是原動力天層。宗動天的運動是由一位不動的神來推動。宗動天就把這動力移傳到其他的天層。亞里士多德所講的天層是壳層，這是有實體的，和歐多克斯的無實體而理論上的同心球迥然不同。他的地中說系統在歐洲流傳至公元 17 世紀開普勒的時期。

在物理學的力學方面，亞里士多德把運動分為天體的運動和地面上的運動。他說前者的自然運動是圓形的運動，而後者的是直線運動。他反對古希臘的原子論。由於他在中世紀時期的聲望太大了，因此當時的歐洲人士很少注意到原子論。相反的，由於他支持四元說，因此四元說能在歐洲流傳至公元 17 世紀，享有廣大的擁護。

其實從現代的眼光來看，亞里士多德在動植物學的成就達比自然科學為高。他對“生命”所下的定義是“具有自己滋養的能力並獨立生長和凋謝的現象”。他把動物學分為三部門，即，(1)博物學，(2)解剖及生理學，(3)生殖及胚胎學。他提及大約五百種動物，他的詳細說明和某些圖解可以暗示他曾作出動物解剖的實驗。他已知道鯨魚是胎生而不是卵生動物。他分別魚類有軟骨和硬骨兩種。他觀察小雞從卵中生長的过程，注意到小雞的心臟在卵中時的跳動。他對遺傳學和鑑別動植物性別都有心得。他對動物分類曾作出相當貢獻。在他的時代，人們把動物分為兩大類，不是分為陸上和水中動物兩種，就是分為有翅和無翅兩類。亞里士多德把動物分為多類，分排在一個梯形的圖上，下從接近無生命物質的下級植物，至上與人類較為接近的哺乳動物，如圖 4—1：

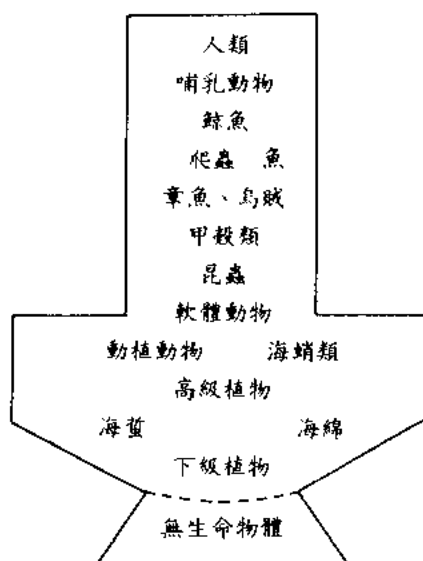


圖 4 - 1

在解剖學方面，亞里士多德認為心臟是最重要的器官。他說這是最先有生命而最後死亡的器官。他相信生命需要靈魂 (psyche)，而以靈魂解析生物。顯示他是屬於活力論派 (vitalist)。他相信靈魂的存在可以統合體內各樣有生單位，成為一個完整的生物，那麼他又可以算是一個目的派 (teleologist) 的學者。愛奧尼亞學派的德謨克利圖所講的原子論，沒有依靠物質以外的靈魂，僅涉及原子的動態，所以被稱為屬於機械論者 (mechanist)。所以亞里士多德和德謨克利圖的觀念是對立的。亞里士多德的聲譽在中世紀以及文藝復興時代遠蓋德謨克利圖，原子論也就很少受到人們的

注意了。

亞里士多德的門徒，德阿夫拉司達士（Theophrastus，公元前 372 至 287 年）繼承他的逍遙學院和他的植物學研究。他寫了一部《植物史》(*Historia Plantarum*)和一部《植物原理》(*De Causis Plantarum*)。他認為有生長就有生命。他知道單子葉與雙子葉植物莖的分別，也略知年輪成長的原因。他企圖分辨植物的雄雌性。他認為果實可比動物的胎兒，而子房為果實所發源。德阿夫拉司達士的繼承者是他的弟子史特拉頓 (Straton)。史特拉頓所研究的是物理，他企圖把原子論和亞里士多德的思想拉近，可是到他的手上逍遙學院已經失掉它的影響力。

雅典還有另外一個學院，這是季諾 (Zeno，公元前 336 至 264 年) 在大約公元前 308 年所創立的斯多噶哲學學院 (Stoic)。該學院以初期在市場走廊講課而得名。它有一套宇宙論。最初，宇宙中所有的僅是 *pneuma*。*Pneuma* 這個字很難譯為中文，有“空氣”、“呼吸”、“風”、“靈魂”、“聖靈”等的意義。在這裡的場合有些像似中國古代的“氣”或“靈氣”。*Pneuma* 產生四元。最初出現的是火。繼後是空氣、水和土。所剩下的 *Pneuma* 就是以太 (ether)，從四元和以太演成一個亞里士多德的宇宙。人類是屬於這個宇宙的一員，所以人類也必依從宇宙的一切定理。人類所居的世界也將會一天滅亡變回四元而最後返回 *Pneuma* 的原形。人的靈魂也是宇宙中 *Pneuma* 的一部份，僅是暫時離開而已。在母胎時靈魂是在一個植物階段，小孩時靈魂進入動物階段，長大時又入另外一個理性階段，人死後靈魂就返回原位，與宇宙的 *Pneuma* 復合。斯多噶哲學派很相信命運，認為既然命運是註定的，處世的方針是在盡力履行個人的任務，從而使自己的靈魂更美好。這個學

派在希臘沒有很大的影響，但是到了羅馬帝國的時候，羅馬的上層社會人士都嚮往這個學派的哲學。上回提及的伊比鳩魯 (Epicurus) 是享樂派 (Epicurean) 鼻祖，這學派的人士除卻原子論之外對一切科學都不感興趣，僅談倫理、邏輯、飲食和享樂。後來這學派傳入亞洲、埃及和羅馬。

古希臘文化和古代中國文化相較，有一個顯著的差異，可能是後來西方國家偏重口才和東亞諸國看重文才的主要因素。愛奧尼亞和希臘本土的哲學家，都是口才極佳的雄辯者。他們的立論都會通過屢次辯論始能獲得接受。德謨克利圖的原子說、巴謨尼德的邏輯等，也曾經過積極討論的過程。中國的春秋戰國時代，也不乏蘇秦、張儀等善辯的說客，可是孔子表示不很贊同“巧言令色”的人。這兩種不同傳統的形成原因，有人認為是中國很早就發明方便的文具，促成用文字作記錄的傳統，而古希臘所用的羊皮等，價錢昂貴，而且攜帶不方便，所以促成倚靠口才的習慣。

公元前 5 世紀，芝諾 (Zeno) 在埃利亞 (Elea) 建立一個詭辯派 (Sophist)。這派所重視的是修辭學和邏輯學，不管事情的真實，僅憑三寸之舌說服對方。連蘇格拉底這位歷史上著名的雄辯家也曾抨擊這派強詞奪理的人。當然無論是屬於任何學派的古希臘哲學家都是靠個人的口才謀生。其中有一些是不得志的政治家。他們從各處移徙到繁榮的雅典首都，開辦哲學院授徒，靠收學費維持生活。可是詭辯學派的人就另外有一作風。他們在熱鬧的地方演講，目的在吸引有財有勢人物的注意，被邀回家講教。他們所收的學費遠較哲學院的為高。例如詭辯學派的普羅塔哥拉 (Protagoras, 公元前 481 至 411 年) 即以收昂貴學費致富而聞名。在學術方面，和別的哲學院相比，詭辯學派就被後世的人冷落了。其實它們對中世紀時代歐洲的教育制度有很大的影響。它們

所學習的是修辭和邏輯，後來又加上文法一科。公元 13 世紀，歐洲創立大學的時期，大學生所修的只有三個科目，稱為 trivium，即文法、修辭、邏輯三科。亦有一說是討論使研究者有互相切磋的機會，雄辯的傳統有助於西方的科學發展，詭辯學派也居功不淺了。

第五章 希臘化時代的科學發展

公元前 323 年，亞歷山大在巴比倫英年早逝，他的大帝國分裂。一位將領托勒密 Ptolemy 佔據埃及，以亞歷山大城為首府。他創立王朝的執政者，多是賢明能幹，為了經濟和軍事上的需要，設立學府和規模宏大的圖書館和博物館，又建立一所醫學校，設有實驗室、臨床課室等，並聘請一大群的著名學者。這樣一來，從公元前 300 年以後，亞歷山大城便代取雅典為西方的學術中心了。希臘科學的許多輝煌成就都是在這期間出現。

最早來到亞歷山大城學府的學者中的一位是歐幾里得 (Euclid, 約公元前 330 至 275 年)。他來自雅典，可能是柏拉圖的一位弟子。我們對他留下的著作很熟識，但是對他的身世可說一無所知。他的幾何學上的成就是把希臘數學帶入一個黃金時代。他認為求學僅是為着知識而求學。有一個故事說有一天一個年輕人找他，向他請教幾何學的用途，他命令他的僕人給這個來訪者一個銅板，告訴他說：既然是為着「利」這一個字而來，主人說：「這一點錢就是你希望獲得的答案！」

歐幾里得寫過大量的著作，但是大部分的書已經失佚，有些靠阿拉伯文譯本存留，有些引入後人的增補，也有些是假託本。我們所知的是他的鉅著《幾何原本》(Elements)。

這部書分十三冊，後來利瑪竇和徐光啟的《幾何原本》所據的是拉丁文翻譯的原本，但這部中譯本祇是原書的一部分，後由李善蘭、偉烈亞力補譯。第一至第四冊和第六冊所涉及的是平面幾何，第五冊的是比例論，第七至第十的是數論，第十一和第十二冊是談立體幾何，而最後的一冊則像是前十二冊書的附錄。歐幾里得引用前希臘數學家的幾何研究成果，可是經過他的有條理的組織，幾何學有一個新的系統。他的《幾何原本》使得前人的著述盡變為不需要的讀本，而且後人也無法改善或修正他的這個完善的系統，所能做到的僅是一些錦上添花的工作。歐幾里得幾何對西方國家的科學思想有悠久的影響，公元 19 世紀始有非歐幾里得幾何出現，把西方的科學思想帶上更高一層樓。歐幾里得也寫過另外一些有關幾何學的書，可惜都已失佚。他也寫過一部有關光學和一部有關天文和音樂的書。很有趣的是他主張光是發自眼睛，像動物的觸手一樣，從人目伸延到所看的物體。

歐幾里得來了亞歷山大城不久以後，又來了一位天文學家。這就是亞里斯塔克（Aristarchus，公元前 300 至 230 年）。他主張“日中說”，稱各行星和地球都以圓形的軌道繞着不動的太陽而運行，因此後來他受譽稱為“古代的哥白尼”，但是在他活在世上的時候他就被蓋上一個瀆神的罪名。他是最早利用科學方法來測量日、月離地球的距離，而且比較日、月兩球的大小。他所獲得的結果是日距離比月距離大 18 倍，而日球比月球大 7000 倍。雖然都是和現在的數據差得很遠，在理論上他是正確的，問題僅是在實踐！理論上這是很簡單的。見圖 5-1。設 $S = \text{日}$ ， $M = \text{月}$ ， $O = \text{地球上的觀察者}$ 。在正半月時 $\angle SMO = 90^\circ$ 。亞里斯塔克所測的是 $\angle MOS$ 。既知 $\triangle MOS$ 的三角，就可以算出 SO 和 MO 的比率了。

解剖學和生理學也在亞歷山大城裡萌芽。和歐幾里得同時代在這個學府任職的是希洛菲利（Herophilus，公元前335至280年）和埃拉吉斯塔特（Erasistratus，公元前310至250年）等解剖和生理學家。希洛菲利是西方傳統的解剖學始創者和最早的人體解剖者，也被認為是最早研究腦和脊髓解剖的人。他認為腦是神經系統的中心和智慧的存在。他分辨動脈和靜脈，雖然他尚未知道動脈的跳動是源自心臟。

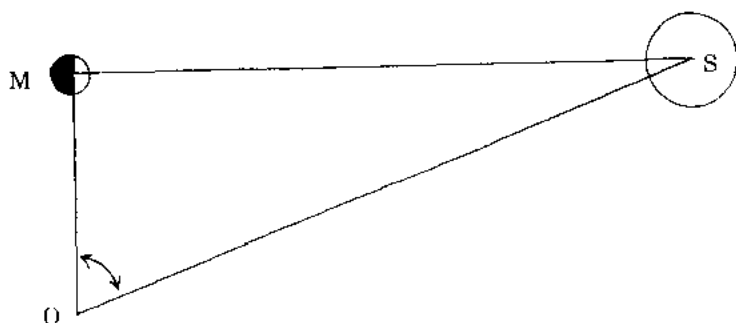


圖 5-1

現在的解剖學尚留存着他的名字。第四腦室底的腦溝，至今仍稱為 Calamus Herophili，以及竇匯，至今仍稱為 Torcular Herophili。埃拉吉斯塔特據說是亞里士多德的孫子，後世稱他為“生理學之父”。他曾用瓶子養鳥，在餵飼後和消化後稱量，計算能看見的排泄物和看不到的排泄物（即呼吸和體熱的排泄）。他對大腦、小腦和腦室研究，並給大腦和小腦命名。他把人腦和動物的腦作一比較，認為腦的螺旋狀的複雜程度和智慧是成正比例。他又認為在呼吸時空氣被吸，通過氣管進入肺，從肺進入心臟，在心臟變為一種“生命靈”（vital spirit），經過動脈傳至身體各

部，傳到腦中就變為“動物靈”(animal spirit)，由神經傳至身體各處。他認為神經是中空的。可惜解剖學和生理學僅在亞歷山大城曇花一現，希洛菲利和埃拉吉斯塔特都是後繼無人。當時有謠言說他們兩人都是利用活人作解剖實驗，引起大眾的反感。

公元前3世紀是力學興起的時期。這是阿基米德(Archimedes, 公元前287至212年)的時代。他是敘拉古(Syracuse)人，身世可能和王室有關。他在亞歷山大城留學，學成返回敘拉古。他不參與政治，只致力於研究科學。雖然他主張學問不必求其實用，但是他多次利用科學知識替敘拉古王解決後者所遇到的難題。例如，他替國王鑒定皇冠的黃金成分時，發現浮體排出的水重是等於物體入水後減輕的重量，於是他就有了一部《論浮體》(*On Floating Bodies*)的著述。國王又曾建造一艘船，船是造成了，但是發覺太重不能從船臺牽引下水，阿基米德就使用一個齒輪和螺旋系統又替他解決這個困難。事後他宣稱說假如可以找到一個適合的支點，他就能夠用一支槓桿移動地球。他建立了槓桿定律，而且用數學方法證實這些定律。他到過埃及，於是發明了阿基米德螺旋提水器。羅馬軍隊攻打敘拉古，他協助守兵製造兵工器械，守城兩年之久。後來城陷，羅馬軍隊主將下令赦他一命，但結果他難逃一死，被入城士兵所殺。據說敵軍進入他的家的時候，他剛在沙盤上演算，沒有回答對方的問話，敵軍就把這個他們認為可疑而無禮的人殺掉了。羅馬軍主將覺得可惜，替他立墓碑，碑上刻圖案，顯示一個正圓柱和它的內切球體，以紀念他曾證明兩者的體積比例是3:2。他在數學上亦有其他成就，例如算出

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

這是由圓的外切正96邊形和內切正96邊

形計算出來的。多邊形的邊數愈大，所得數就和 π 愈接近。這就是極限法。阿基米德對橢圓、拋物面和雙曲面亦有所研究。他也曾提出一個 10^{11} 的龐大數目，認為填滿宇宙所須的沙粒是不會超出這個數目。他也認識一些級數，例如：

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

相當有趣的是現代數學裡有一條由他發現的阿基米德螺線 (Archimedean Spiral)。這是可以從任何以下兩個數學公式表現出來。

$$\begin{aligned} r &= a\theta \\ \tan \phi &= \theta \end{aligned}$$

假設有一座具有秒針的巨大時鐘，有一小螞蟻以平均速度沿着秒針從中心走向針的外端。那麼螞蟻在鐘面上的行動便是依著一條阿基米德螺線了。

亞歷山大城的第三位著名數學家是阿波隆尼 (Apollonius, 約公元前 260 至 200 年，一說公元前 262 至 190 年)。他的圓錐曲線研究使他留名後世。我們對他的身世知道的很少。他早年在亞歷山大城讀書，後來遷徙往波加蒙國 (Pergamum) 定居。當時波加蒙國建立一所學府，和亞歷山大城分庭抗禮。波加蒙國和埃及一度交惡。托勒密王下令禁止紙草輸出往波加蒙。在文具來源斷絕之下，波加蒙國人另圖供應，發展製羊皮紙的工業。羊皮紙原名 pergamen a，即波加蒙國的原料，這是大約公元前 190 年時發生的事情。

另外一位亞歷山大城的科學家是埃拉托色尼 (Eratosthenes, 公元前 275 至 194 年)。他是阿基米德的一位朋

友，他曾在雅典和亞歷山大城求學，後來任亞歷山大城圖書館館長職。當時他享譽為一位全能的人物，在運動、文學、科學、作詩各方面，都是無所不精。他年老時雙目失明不能看書。傳說是因此他就自行了斷。

第三代的托勒密王想知道地球的大小，他下詔要埃拉托色尼尋找答案。埃拉托色尼算出地球的周長是 25 萬希臘里 (stadia)，後來又算出一個 25 萬 2 千希臘里的數值。依據研究，1 希臘里 = 158.5 米，地球的周長就相當於 39,600 公里。他是使用三角測量方法測量了在北回歸線上的阿斯旺和亞歷山大城之間的子午線長度。他所算出的數值，雖然是比現代的高出約 14%，以當時的條件來說，實是難能可貴。他建議一個每年有 365 日，而每隔三年第四年有 366 日的曆法。後來羅馬凱撒 (Julius Caesar) 所採用的即是他的這個曆法。此外他又測得歲差為 $23^{\circ} 15' 20''$ 。在地理學方面，他曾畫了一個在他的時代西方人士所知的世界地圖。

在數學方面，埃拉托色尼發明一種分辨素數 (prime numbers) 的方法，後世稱為埃拉托色尼篩法 (Sieve of Eratosthenes)。他的方法如下：例如欲尋 1 至 50 之間的素數，就先將 1 至 50 的全部整數列出，那麼從 2 算起，把數到第二個數（即 4, 6, 8, 10…）劃掉，再從下一個沒有劃掉的數（即 3）數到第三個數（即 6, 9, 12 等）劃掉，再從 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 等依樣劃葫蘆，其實到了 7 以後已

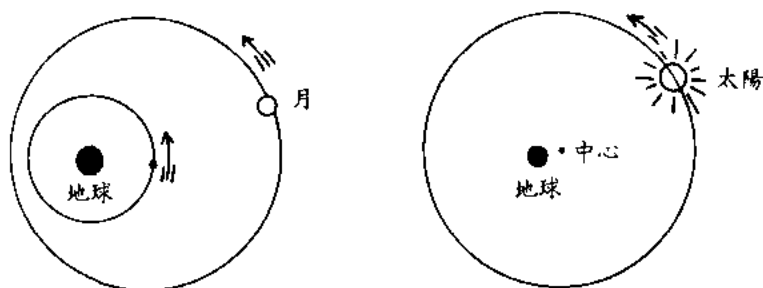
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

沒有未劃的數了，因為最後劃掉的數是 49，而比它小的數已經先前被劃掉了。剩下來的就是所求素數。

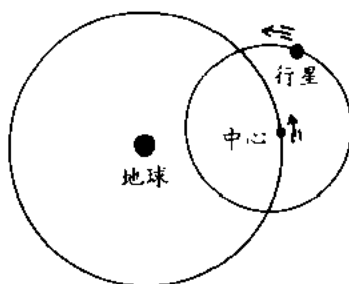
古希臘最傑出的天文學家要推喜帕恰斯（Hipparchus，約公元前 192 至 120 年）。他建立三角幾何，應用在平面和球面上。他在羅得斯島設天文台觀測天象，發現公元前 134 年的一顆新星（即《前漢書·天文志》所載武帝元光元年六月，客星見於房）。觀察這新星使他編出一個載有 850 顆星的星表。他發覺他所觀察恒星的位置比 150 年前亞歷山大城所留存記錄的位置有些改變，發現恒星從天上某些固定方位移動，這就是所謂歲差，週期是大約二萬六千年。在他以前埃拉托色尼所建議的是 $1 \text{ 年} = 365 \frac{1}{4} \text{ 日}$ 。他發現一年是比這個數值少 $\frac{1}{300} \text{ 日}$ ，又算出 $1 \text{ 月} = 29 \text{ 日 } 12 \text{ 時 } 44 \text{ 分 } 2 \frac{1}{2} \text{ 秒}$ ，和現代的數值只差約 1 秒。

較早時阿波隆尼曾經設想用本輪 (epicycle) 和均輪 (deferent) 來解釋天體和地球之間距離的變化。這就是行星以均速在本輪上運行，而本輪的中心又在另外一個輪（均輪）上作均速運動。他希望通過適當選擇兩輪的半徑和運動速度來說明各天體的運行。喜帕恰斯繼承這套學說，而進一步發現太陽的不均運行可以用一個偏心圓 (eccentric) 來解釋，是固定不動的。在解釋月球的行動時，他也是引用一個偏心圓，但是偏心圓的中心不是固定的，而是附在另外一個輪繞着地球為中心作均勻運動。如圖 5-2。

大約在公元前 50 年，埃及被羅馬軍所佔領，在公元前 30 年左右，亞歷山大城受羅馬的直接管轄。亞歷山大城的學府在戰爭和政治混亂之下，蒙受很大的打擊，在羅馬人統治下繼續維持六個世紀。讓我們先看一看羅馬人在科技史上



偏心圓運動



本輪運動

圖 5-2

的成就吧。

羅馬人的性格和希臘人相反。他們崇拜國家，愛好從軍，樂於參與政事，有編制法令的才幹，也好做官。雖然他們有機會從希臘人獲得許多科學知識，但是古羅馬沒有產生一個有名的科學家。他們所感興趣的只是有實用的學問，例如在醫藥、農業、工程等方面。公元前第 2 世紀，大加圖（Marcus Porcius Cato，公元前 234 至 149 年）編寫羅馬人第一部的農業著作。他這部《論農業》也涉及醫藥。公元前第 2 世紀也是斯多噶哲學傳入羅馬的時代，對社會發生

很大影響，風靡三百餘年。這派哲學談命運，自然產生對占星術的興趣。派中一位曾經做過西塞羅老師的波斯多尼 (Posidonius, 公元前 135 至 51 年) 述及地球與月球和潮水漲退的關係，因而引伸至天體和世事的關聯。在占星術上，我們可以說，他是名蓋古歐洲和中世紀時代的歐洲。基督教的聖奧古斯汀 (St. Augustine) 年輕時所學到的，即波斯多尼傳下的占星術。

公元前 1 世紀中葉，羅馬征服整個西方世界。著名政治家和雄辯家西塞羅 (Marcus Tullius Cicero, 公元前 106 至 43 年) 也曾翻譯一些希臘科學知識，以拉丁文代替希臘原文。問題是這都是選譯。例如，只有歐幾里得幾何的一小部分被譯為拉丁文，其他的希臘數學著作就沒有被翻譯過。

羅馬王凱撒頒行一年有 $365\frac{1}{4}$ 日的儒略曆 (Julian calendar)。這個曆法在歐洲沿用至公元 1582 年始由現在還通用的公曆所代替。這是羅馬教皇格雷高里十三世 (Gregorius XIII) 詔令克拉維斯 (Christopher Clavius, 1537 - 1612 年) 所制訂的。

盧克萊修 (Carus Titus Lucretius) 相信物質是永遠存在而非神所創造的，他認為無不能生有，而神不能從無物創造萬物。他又說天體不僅和神無關而且本身也不具靈氣。他所依附的是希臘的原子論，相信原子在一個無限宇宙中以均速下墮，人們所居的世界將有一天會毀滅，散為原子。假如將來這些原子再次聚合，那麼就會出現一個新世界。維脫勞維斯 (Pollio Vitruvius) 在大約公元前 27 至 13 年間所撰寫的一部建築著述引載一些希臘人的有關幾何、音樂、醫學、力學、和天文學等的知識。羅馬人的最著名醫生是塞爾薩斯 (Aurelius Cornelius Celsus, 大約生於公元前 25 年，公

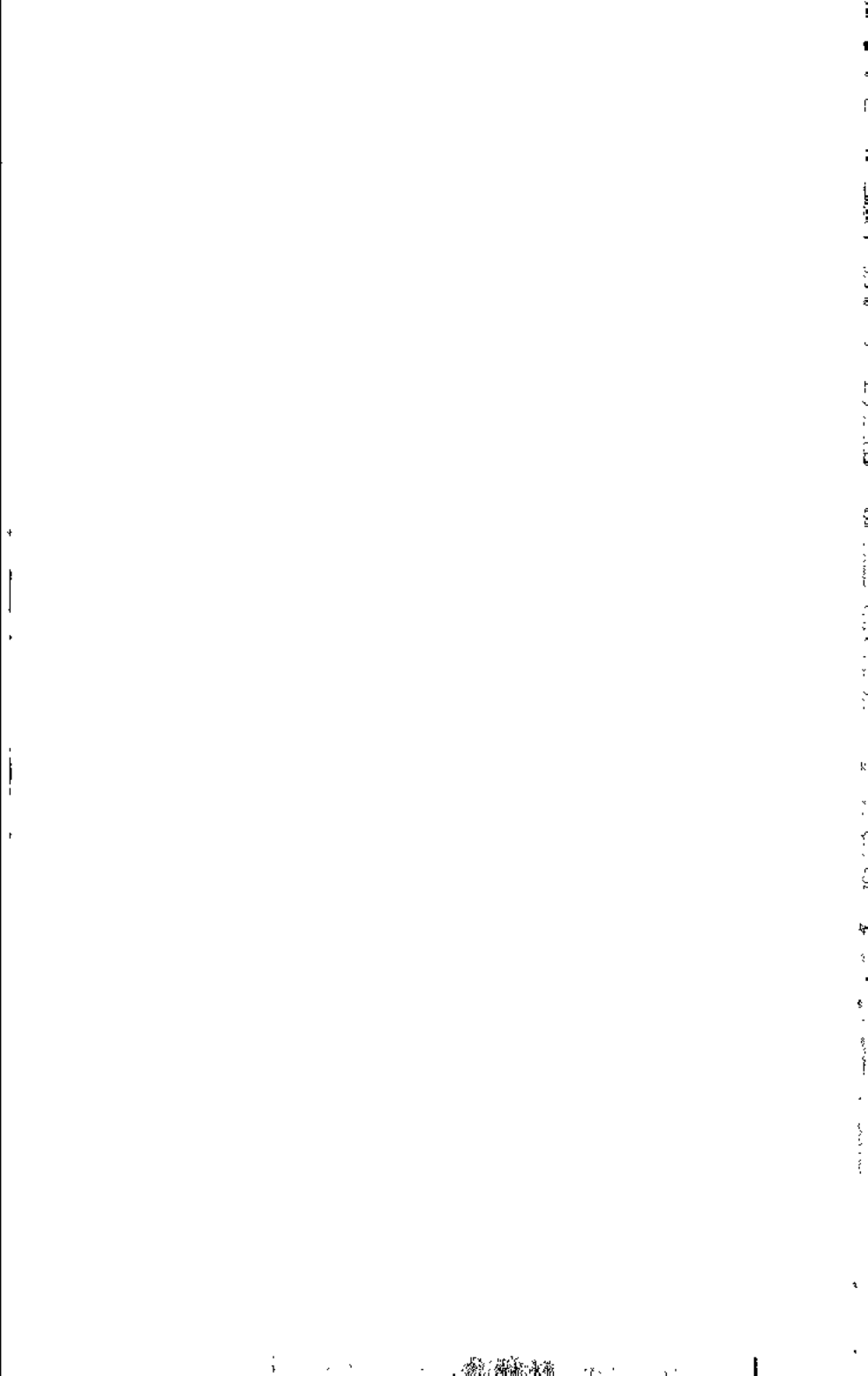
元 14 至 37 年活躍於羅馬）。他的著作很豐富，可惜極大部分已經失佚，所存的僅有他的醫學著作。印刷術在 15 世紀的歐洲出現後，成為歐洲的第一部出版的醫書。書中收錄許多古代已佚的醫書，許多來自希臘，也有些來自羅馬。有一段時期他和希波克拉第和蓋倫的名並列，可見他在西方國家的影響。

斯多噶哲學派的影響在塞涅卡（Lucius Annaeus Seneca，大約公元前 3 年至公元 65 年）和大普林尼（Gaius Plinius Secundus，大約公元 23 至 79 年）兩人的著述中表露無遺。塞涅卡提及天文、氣象、物理、地理、火山、地震等問題，來源多是從希臘的著述轉引。他充分發揮斯多噶哲學的思想。例如，談到物理學時他說，物理學給宇宙一個總解釋，使人們了解天命，從而認識自己的任務。談到鏡子的時候，他就說，鏡子的發明是爲了人們能夠自知。大普林尼的述作很多，但遺存的僅有一部百科全書式的鉅著《自然史》，共 37 冊，引及 326 希臘作者和 146 羅馬作者的二千部著述，包括天文、地理、工藝、動物、植物、藥物、礦冶、寶石等學問。他以人類爲出發點，認爲萬物對人類是各有用途，每種植物都可供藥用，它們都是爲着給人欣賞和各有所用而出現在世上，有些科學史家認爲這種思想是不利於科學的發展。

雖然在論理方面羅馬人是毫無建樹，但在應用科學上他們亦曾有相當成果。在公元 79 年被火山岩漿埋沒的義大利古城龐貝（Pompeii）的出土文物中有圓規、桿秤、天秤等儀器。羅馬有良好的公共衛生設備和醫藥組織，例如有防蚊蟲的蚊帳和引水的水道橋，醫院也很早在羅馬設立，起初的是軍醫院，後來在公元 4 世紀基督教徒創辦慈善性的公眾醫院。雖然在外科醫學上羅馬人沒有作出很大的貢獻，但是他

們留下一個和剖腹生產同義的帝王剖腹術名詞，因為他們的帝王凱撒出母胎，是經過這種手術的。羅馬人在歐洲建築了許多公路。現在還可以在英國看到它們的遺跡。

公元 4 世紀，整個歐洲都在基督教勢力之下，許多優秀作家，都從自然哲學轉向追尋超出自然界的未來幸福和快樂，從事宗教方面的著述。有關科學的問題，都留給教會以宗教和道德立場作解釋。從公元 5 世紀開始，整個歐洲就進入了一個學術的黑暗時代。



第六章 羅馬統治下的亞歷山大城

經過一場朝代轉換的政治和社會盪亂，亞歷山大城在羅馬人的統治下恢復保持它的學府在地中海區的地位。雖然不再有早期的具有創造性的學術貢獻，但是仍然有不少著述能夠承繼希臘科學文化的傳統。

在公元一、二世紀期間在亞歷山大城活躍的赫倫（Heron，又稱赫羅Hero）是一位數學家兼工程專家。他大概是埃及人，但他的著述是用希臘文。在數學上他發現從三角形的邊長算出面積的方式，即，設邊長 = a, b, c ：

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c), \text{ 則}$$

$$\text{三角形面積} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

他製造早期的蒸汽機、蒸汽渦輪、虹吸、抽機等用器。他的著述載述很多精巧的機械玩意兒。直到本世紀中葉，學者們都認為從他的著述可窺古代希臘技術的全貌。1959年普萊斯（Derek J. de Solla Price）研究從在希臘諸群島的海中沈沒的一艘古希臘船尋獲的幾片腐蝕的殘金屬片，發現是公元前82年的遺物，原來是一具使用齒輪的天文儀器，假如

把表面的轉輪撥到指示太陽在十二宮的位置，後面的輪就可以指出月亮和五行星的動態。可見赫倫所記述的，多是比較簡單的儀器。

這個時期的最著名科學家是托勒密（又譯名多祿某，Claudius Ptolemaeus，活躍約在 127 - 170 年）。他的鉅著 *Almagest*（天文學大成）一共十三冊，是當時直到公元 17 世紀初葉的一部在西方國家的最具權威百科全書。他總結了希臘天文學家的成就，從亞里士多德的地心體系和阿波隆尼的本輪等論說，以至喜帕恰斯的觀察工作，都受到他的注意。例如，他把地心體系和本輪說論證，加以系統化。後世便把地心說稱為托勒密地心體系。他發現大氣折射現象，由於從星體到地球的光，經過地球大氣層而折射，觀察者所見的位置是要比星體的原來位置略高。這個現象又稱蒙氣差（見圖 6-1）。他的書提及一具探測星體相隔角度的儀

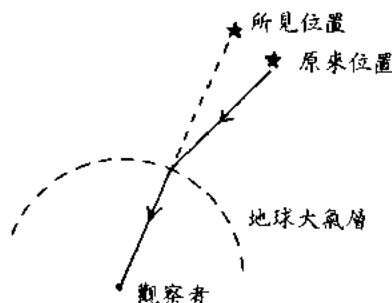


圖 6-1

器，這具儀器曾被誤認為是測量星體高度的 *astrolabe*。托勒密用視差方法觀測月球和地球之間的距離。他所獲的答

案是地球半徑的 59 倍、相當接近現代的 $60\frac{1}{5}$ 倍的數值。他

也曾試圖測量太陽和地球之間的距離，但所獲答案欠佳。他的測量月球距離方法如下：

設 M = 月球； C = 地中心； O = 觀察者； O 和 Z 是同一經度，而 Z 是正在 O 觀察的時候月球剛在天頂上的一個地點。在 O 所測的是月球離開水平線的角高，即 $\angle x$ 。在三角形 $\triangle OCM$ ， $\angle COM = 90^\circ + \alpha$ ， $\angle OCM = \theta$ 和 Z 兩地相隔的緯道： $\angle OMC = 180^\circ - (90^\circ + \alpha) - \angle OCM$ （見圖 6-2）。

$$\therefore OM/r = \angle OCM / \angle OMC$$

$$\therefore \text{距離 } OM = r \angle OCM / (90^\circ - \alpha - \angle OCM)$$

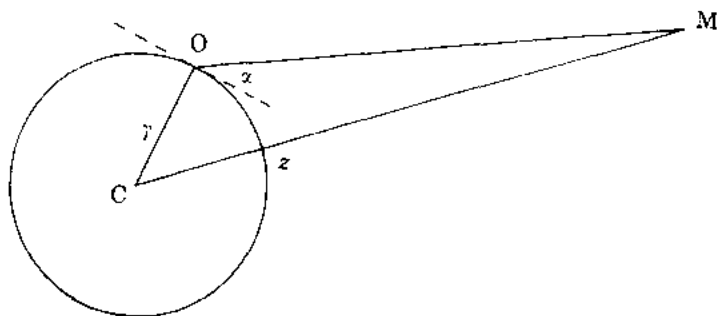


圖 6-2

托勒密也寫過一部有關占星術的書，在地理學方面他也有一定的成就。他繪畫一幅西方國家人士當時所知世界的圖，使用一種投影法，緯度使用以北極為中心的同心圓，經度為以北極為交點的直線。

狄奧芬圖（Diophantus，活躍約 250 年）是一位數學家。他是最早使用代數的希臘數學家，可是在他以後的一千二百餘年中，沒有人注意到他的代數學。公元 15 世紀，當西方學者發現他的著作的時期，西方的代數學知識已經遠超書中之所載。他的代數可以說是對歐洲毫無影響力。在他的代數中，他使用希臘字母代表未知數。可惜希臘字母也是被用來代表數字，在代數的使用上有些限制。狄奧芬圖論及一次和二次方程式。他也曾解答過一個三次方程式的題，即

$$x^3 + x = 4x^2 + 4$$

另外一位數學家是活躍在公元三世紀末的巴普斯（Pappus）。至今還有兩個關於線依著坐標軸旋轉所構成體積和面積的數學定理冠上他的名字。

公元第一和第二世紀，亞歷山大城有兩位著名的醫學先驅者，一位是總合當時藥物知識的戴奧思考理德（Dioscorides），另一位是以實驗生理學和解剖學來闡述人體器官機能的蓋倫（Galen）。戴奧思考理德（40-90 年）曾在尼祿王朝（Nero）任軍醫，跟隨大軍所至，到處搜集藥物資料，後來編了一部一共五冊的藥物全書，書中載述大約六百種藥物植物，在歐洲沿用一千五百餘年。他不但提到能使人全身麻醉的藥物而且說及局部麻醉。他的這一部書還記載一些化學知識，例如從丹砂煉水銀，從酒石煉碳酸鉀等。

蓋倫（約 131 — 201 年）生在波加蒙國，曾在亞歷山大城學醫，後來一度回返波加蒙行醫，最後往羅馬執業，為羅馬帝王奧勒略御醫。在義大利居住了約三十年，相傳是在西西里島逝世。他知道解剖學對了解生理學的重要性。當時嚴禁解剖人體，他就取其次，從動物解剖著手，偶爾獲得一些人體殘骸校証骨骼的構造。通過對猿的解剖他有很多新發現，他對大腦、神經、肌肉等有特別的研究，並且創下一個人體生理系統。由於所靠的只是動物解剖，他的系統當然不可能是完全正確。可是它結果在西方國家沿用至公元 16 世紀，始被維薩里 (Vesalius) 推翻。

蓋倫的人體生理系統是這樣的。生命是基於 *pneuma*。在吸氣時 *pneuma* 便從宇宙的靈界進入人體，通過氣管進入兩肺，又從肺過肺靜脈入左心房和血液相遇。乳糜是從腸壁淋巴管中來而含有豐富微小脂肪粒呈乳色的淋巴。蓋倫認為乳糜從腸壁經過肝門進肝臟，在肝臟中變為靜脈血，並由肝臟給與另外一種 *pneuma*，這就是各生物天賦的“自然靈氣”(natural spirit)。靜脈血就帶著這“自然靈氣”和從腸來的滋養物質，由肝臟經過靜脈系統流往身體各處。當血液流到右心房，就會在心臟停留片刻以便肺動脈把血液中的污濁物轉送到肺中呼出體外。經過潔淨過程，大部分的血液就流回靜脈系統，一小部分的血液就通過他所認為左右心房之間存在不可見的小孔而滴入左心房。滴入的“自然靈氣”和吸氣時從宇宙靈界帶入的 *pneuma* 相遇，便產生一種更高級的 *pneuma*。他說這就是“生命靈”(vital spirit)。深紅色的血液也變為鮮紅色，而由動脈系統流往全身各部。有些流到大腦。在這時候帶著“活力靈氣”的血液已經在微血

管中細分了。大腦就把這靈氣變為一種“動物靈”(animal spirit)。這是經由神經傳至身體各處。蓋倫認為神經是中虛的。

蓋倫的著述甚為豐富、範圍廣泛、包括從公元三世紀到16世紀一切西方國家所有的生理學知識和極大部分的生物學、解剖學、植物學知識。其中有些被譯為阿拉伯文、希伯來文、敘利亞文、拉丁文等。他是一位目的論者，認為一切現象都有一定的目的，而人體也不例外。他的這種觀念，無論是從基督教、猶太教、回教的觀點，都適合它們的教義，所以中世紀時代的西方國家都很樂意接受蓋倫的生理系統。蓋倫以後的一千年，歐洲在醫學和生物學上沒有特殊的建樹，可說是在這方面沒有歷史值得書寫了。

西方的煉金術大概也是源自亞歷山大城。最早的煉金術上可能是在公元一世紀時期在這裡活躍，可是缺乏考證文獻。比較確實知道的是公元三至四世紀間在尼羅河上游地區活躍的左思謨斯(Zosimos)，有真正著述可考。我們所知的煉金術上中還有一位不明年代的偽德謨克利圖(pseudo Democritus)和一位稱為瑪麗的猶太人女術士(Mary the Jewess)。現在化學實驗室所用的蒸氣套，法文稱為bain Marie，是以紀念這位古代的女煉金術士。

在這些煉金術士以前，地中海地區已盛行一種工業，利用化學方法製造多種偽品，例如假金、假銀、假真珠等。煉金術也很早就和當時流行著的一些思想結下不解之緣，例如占星術和哲學。亞歷山大城並非一個煉金術發展的理想地方。這個時期亞歷山大城是深受諾斯替教(Gnosticism)和新柏拉圖哲學派(neo-Platonism)的影響。諾斯替教創在

公元一、二世紀之間，是一種初期基督教時代的神秘主義宗教思想，混雜希臘哲學和一些基督教以及波斯和古巴比倫等教的信仰，認為另有一個看不見的世界，在這世界上活著抽象的人物。他們相信可以用通靈術獲得知識。新柏拉圖哲學是以柏拉圖哲學加上斯多噶學派和亞里士多德的思想，創在公元第三世紀，以普羅提諾（Plotinus，約 204—270 年）為其主要代表。它提出流溢說，認為萬物之源是一種神秘的精神實體，從此實體流出理性，從理性流出靈魂，最後從靈魂流出物質世界。人的生活目的就是通過直覺，與神合而為一。它相信連沒有生命的物質也具有靈魂。所以物質內在的通靈性和相感性比外表的特性更為重要。受到當時思想的影響，煉金術就充滿神秘性，講及的都是占星術、通靈術、物質間的感應、數字的神秘力量等。這個影響在西方國家繼續至公元 17 世紀末。煉金術在亞歷山大城只活躍大約三百年。突然便停頓下來。一說是羅馬帝王戴克里先（Diocletian，284 至 305 年在位）在公元 292 年下令燒毀所有的煉金術書籍。一時煉金術已被西方國家人士忘掉了，幾百年後纔從阿拉伯國家再把煉金術傳返歐洲。

公元 269 年，巴兒米拉（Palmyra）女王賽諾比雅（Septima Zenobia）侵略埃及，亞歷山大城學府的藏書一部分被燒毀。公元 415 年，亞歷山大城基督教的主教西利爾（Cyril，約 376—444 年）認為學府中異教徒所作的學術研究是有損於基督教信仰，鼓勵市民反對這所學府。市民便向圖書館行暴，毀滅大量書籍。在亞歷山大城學府工作的柏拉圖哲學派女數學家 and 天文學家希帕蒂亞（Hypatia，約公元 376—415 年）也被殺害。這是象徵著亞歷山大城作為西方

國家文化中心時代的結束。此後亞歷山大城學府苟存至公元七世紀，但整個西方國家已經進入一個長期性的文化黑暗時代了。公元 529 年，東羅馬帝國查士丁尼皇帝（Justinian, 483--565 年）認為雅典城內異教徒所主持的學術研究是有反於基督教，便下詔封閉所有的哲學學院。從此希臘的學者就流散各方。公元七世紀回教軍征服埃及，主將要燒掉亞歷山大城學府所有的藏書。市民大反對，向主將求情力陳保存知識的公義。軍方不想作主，允許市民向伊斯蘭教第二代哈里發歐麥爾（Omar ibn al-khattab, 638-644 年在位）請願，軍方接到以下的覆示：



這些書所講的若然是與上帝的書相符，上帝的書已經是足夠了，這些書是沒有需要的。假如這些書所載的是違反上帝的書，它們更不應該存在了。下令把它們燒掉吧！

傳說燒毀工作費時幾個月。

古希臘文化沒有因此而被完全毀滅。自從經歷過公元三世紀間的焚書事件以後，許多學者對當地的前景不抱樂觀，恐怕事情會重演。他們就攜帶了大量的古希臘著作，移徙到現在土耳其北部伊斯坦堡附近的當時稱為埃達沙（Edessa）的一個古鎮。當時伊斯坦堡的名稱是拜占庭（Byzantine）。公元 395 年羅馬帝國分裂為東、西兩大帝國，東羅馬帝國首都設在拜占庭，希臘移民學者在一所神學院活躍。主要的工作是抄寫希臘文的原著，例如，歐幾里得《幾何原本》和亞里士多德的一些原著等，並把一部分翻譯成敘利亞文。這個學術中心普稱拜占庭學府。在科學方面，雖然這個學術中心並沒有特殊建樹，但是不少希臘文的原著，都是靠它存留下來。

當時基督教已經普及，許多研究希臘哲學的學者們也都是基督教徒。他們的主教是聶斯脫利 (Nestorius)，亦即拜占庭的主教。公元 431 年，亞歷山大城主教西利爾訴訟聶斯脫利犯異端罪，宣稱耶穌有神和人的兩個不同身分。當時聶斯脫利沒有在場爲己辯護，結果教皇判他有罪，從此他和他所管轄下的教徒就被迫害，許多遷徙至亞洲各處，跑的最遠的是一批在貞觀九年入中國的教徒，他們的教取名景教。可是最重要的一大批是移遷往波斯在容狄沙波 (Gondisapur) 定居的景教徒。公元七世紀容狄沙波成爲一個新的希臘傳統學術中心，在希臘科學知識的傳播上，後來扮演一個重要角色。

第七章 中國古代科學的發展

我們從古希臘轉往亞洲東部的中國。在 19 世紀下半葉至本世紀初期，中國科學史沒有引起許多學者的興趣。其中比較獲得多些外國學者所注意的是天文學史。可是中國天文學史也成為他們長期爭論的話題。有些西方學者根據《書經》所載星象，認為這是公元前 2000 年至 3000 年的觀察，亦有人認定中國的二十八宿在公元前 1600 年已存在。相反來說，有些外國學者懷疑《書經》的記載是否可靠，有些認為中國天文學的起源不可能早於公元前 6 世紀甚至 5 世紀，也有些人說中國的天文學是由外地傳入的，有人說印度、有人說巴比倫，有人說希臘，也有人說是埃及。西方的歷史學家認為中國的歷史是始於周朝代，書中所載周代以前的事情都屬於傳說。本世紀初期王國維從甲骨文考訂殷代的世系和制度，始使西方的學者確信殷代的存在。本世紀下半葉，考古文物陸續出土，這些新發現使上述的一些理論不攻自破，而且把中國文化推前至六千年。不少考古學家對夏代的確立抱很大的樂觀。試舉一個例子。1960 年和 1973 年，山東省莒縣的陵陽河和諸城兩地，先後有幾件陶尊出土。其中有  或  的陶文。這些陶尊考証是距今約 4500 年的遺物。陵陽河遺址曾經發現距今約 4300 年前後的天文觀察台。《尚書·堯典》說堯派出羲仲在春分時去夷地寅賓出

日。夷地的解釋是東夷，即現在的山東省。帝堯使羲仲在春分時去山東祭祀日。堯的年代估計是距今約 4300 年，陶尊則被認為是祭祀的禮器，陵陽河的天文台遺址則被認為是祭祀的地點。附近有一座四周陡峭、頂上較平的山。依據計算，在堯帝時代春分日太陽升起時恰在山頂。陶文所表示的是太陽在山頂上，和天文現象一致。由此可見新出土文物所提出的有趣話題。

夏代的史實雖然是還未能確切肯定，但《大戴禮記》所載的《夏小正》相傳是夏代的曆法。最低限度我們可以從《夏小正》想到當時所用的是一種物候曆，從植物和動物的動態而訂的曆法。殷商的天文學則有甲骨文的記載可以稽考。殷商曆法一年有十二月，而且有置閏方法，閏並非必定排在年終，所以當時所用的已經是一種陰陽合曆。甲骨文中已有六十干支，用來紀日，也記載不少星象的名詞，和新星、日蝕、月蝕等現象。此外，從甲骨文的記載我們曉得當時對灌溉、農耕、養蠶、釀酒、醫療等，已經有了認識。

從周朝開始，中國已有了世界最古的恒星記錄，日月蝕的記錄、彗星的載述、日晷儀與滴漏計時器等。戰國時期已有天文學的專著，例如齊國甘德的《天文星占》，魏國石申的《天文》，所載的恒星位置的實測引起一個有趣問題，有一說是用璇璣玉衡所測。所說的璇璣玉衡並非曾被人誤解的邊有不規則缺齒的璧和琮配合的一種假想儀器，而是依據《考工記》和《周髀算經》的記載所推想出的一種渾天儀雛形測象儀器。

璇璣玉衡這個名詞首先在《書經·舜典》中出現。所載的“在璇璣玉衡以齊七政”一段文，從漢代開始，啟釁了二千多年的爭論，所爭論的是“璇璣玉衡”的真義。司馬遷（公元前 145—86）說這是北斗星座中四顆星的星名。西

漢的伏勝也主張這是星名。可是東漢的馬融 (79-166 年)、蔡邕 (132-192 年)、鄭玄 (127-200 年) 等都相信這是一種天文儀器。經過一千六百多年，耶穌會教士們看到書中所載述的宋代渾天儀，常把它和《書經》所載的璇璣相提並論。公元 19 世紀西方漢學家，例如理雅各 (James Legge) (1815-1897 年) 和梅赫斯 (W. H. Medhurst)，都把璇璣這個名詞翻譯成一種加上真珠裝飾的旋轉渾天儀。清代吳大澂在《古玉圖考》認為一種邊緣有不規則缺齒的璧可能是某種古代天文儀器。本世紀 50 年代，比利時人米歇爾 (Henri Michel) 主張這是中國古代的璇璣，加上另一種管狀的琮，就是璇璣玉衡了。這個理論在 80 年代初期，被夏鼐和古倫 (Christopher Cullen)，不約而同，各所發表的論文否定。

春秋戰國的二十八宿也引起幾百年的爭論。古印度天文學有 27 nakshatra (納沙特拉)，每納沙特拉有一主星 (又稱距星, yogatara)。有人相信印度的納沙特拉系統和二十八宿系統是有一個共同的起源。二十八宿的距星有九顆和納沙特拉的主星相似，如下表：

宿名	距星	納沙特拉	yogatara
角	α 室女	Chitra	α 室女
氏	α 天秤	Visakha	α 天秤
營室	α 飛馬	Purva Bhadrapada	α 飛馬
東壁	γ 飛馬	Uttara Bhadrapada	γ 飛馬
婁	β 白羊	Aswini	β 白羊
胃	δ 白羊	Bharani	δ 白羊
昂	π 金牛	Kritics	π 金牛
觜	λ 獵戶	Mriga	λ 獵戶
軫	γ 烏鴉	Hastas	γ 烏鴉

誰先誰後的問題尚未獲得圓滿解決，其後出現了第二派學說，即阿拉伯天文學中的所謂月站 (al-manazil)，然而一般人都認為阿拉伯的系統實較印度的系統為晚。所以有人主張二十八宿為中國所原有，還有人說印度的納沙特拉是來自中國，但是有人認為二十八宿是源出印度的納沙特拉，有少數人說二十八宿是來自阿拉伯，更有人臆說二十八宿、納沙特拉和 al-manazil 都是同出一源，這就是巴比倫的天文學。李約瑟所相信的就是這個最後的理論。在上述這場爭論的時期，一般人認為整個二十八宿完成的年代不能在公元前四世紀以前，因為在這個年代以前的記載從來沒有全部二十八宿的名稱出現。1978 年，湖北省隨縣擂鼓墩發掘出土的戰國初期曾侯乙墓漆箱蓋上，發現書寫著二十八宿附有各宿的名稱。曾侯乙墓築於約公元前 433 年。當時二十八宿已被用於裝飾，表示已經是普通常識，所以應該是較早時期所發現。二十八宿的成立應該是早於公元前五世紀。解決上述的爭論還要等待新發掘的成果。

以上各項爭論不能影響中國天文學上最顯著的一項成就。這就是那包括二千多年的天文記錄。這些記錄，顯示它們是阿拉伯人以前，在任何國家所存有的記錄中，最具連續性和正確性的記錄。從大約公元五世紀至十世紀間的這段悠長的時期中，中國天文記錄大約可稱為世界上僅有的天文記錄。現代天文學曾在某些方面，例如彗星的回歸期，借助於具有價值的中國天文記錄。其他的顯著實例是新星、超新星和脈衝星（又名波霎）。新星和超新星在現代宇宙論中佔有很重要的地位。中國的記載包括介於公元前二世紀喜帕恰斯至公元 16 世紀第谷 (Tycho Brahe, 1546--1601 年) 的那段全部時期所有的新星記錄。世界上的其他國家對新星有時能

在天空出現的情形仍一無所知。第一個脈衝星是 1967 年發現的，繼續發現的，到 1978 年已達二百餘顆。最著名的一顆是蟹狀雲的中心星，這是宋代（1054 年）所見客星爆發後的殘體。中國的客星記錄曾引起找尋脈衝星的天文學家的注意。

從《春秋》和《左傳》可以看到春秋時期所用的曆法是陰陽合曆，採用 19 年 7 閏的置閏法。一年的長度是 $365\frac{1}{4}$ 日，這是四分曆的由來。中國以外，使用四分曆的是羅馬人在公元前 43 年所用的儒略曆。至於 19 年 7 閏，即 19 年 235 個朔望月，古希臘人也有相同的發現。這是公元前 433 年默冬 (Meton) 所發現的默冬周期。中國的置閏始於魯宣公（公元前 608 - 591 年在位）以後，比默冬早了一百多年。戰國以後二十四節氣也形成了，整個二十四氣的名稱出現在《淮南子》。

秦始皇頒行顓頊曆以十月為歲首，閏月置在歲終。漢武時改用太初曆以正月為歲首，並以無中氣之月為閏月。日、月、五星的周期，都是以地球在地軸自轉期為單位來計算。日和月的周期都不成整數。日的周期，月的周期，和地球的自轉期都不能用同一單位計量的，無法算出準確的公倍或公約。當然制曆要靠實測的精密程度，但是任何一個陰陽合曆遲早必會失卻準確性。所以有史以來中國改曆數十次，制曆不下一百種。制曆確是一個相當麻煩的操作，但曾經促進天文的觀測和數學的發展，為著改善天文的觀察，不能不製造更精密的天文儀器。古代用渾天儀測定天象的位置，渾天儀是何時發明，這個問題尚未能解答。史籍所載的是西漢時落下閎造圓儀，耿壽昌以圓儀探測日、月的運行，東漢時期賈逵在圓儀加上一個黃道環。後來續漸增加赤道環和白道環等

以增廣渾天儀的用途。渾天儀設有望筒，用以觀察天象。1973年，湖南省長沙馬王堆3號墓出土的帛書中，有一篇《五星占》，後面附有《五星行度表》。這表所記載的是公元前246至177年間的木、土、金星的位置、會合周期、和公轉周期，其精密程度應是從渾天儀所測定。當時可能已曉得運用渾天儀了。

上述馬王堆3號墓又有另一件帛書。這是《星象雲氣圖》，繪有各種類形的彗星和雲氣圖。這些彗星圖顯示當時已留意到彗頭彗尾，而兩者都有不同類型。

數學在古代中國有很大的進展。原始時代以結繩或契刻紀數。數字符號發現在距今六千餘年前半坡遺址出土的陶器和陶片上，和在大約同一時期在陝西省臨潼縣姜寨所發掘的陶片上。甲骨文的數字符號是與陶器上所刻的是一脈相承。連甲骨文所顯示的十進系統，也是源出這些陶片數字數目。

載於史籍的數學知識，最早出現在《周髀算經》。其實這是一部天文學的專書。依據日本學者這部書的成書時期是公元前575至公元前450年之間。書中提及邊長3,4,5直角三角形的 $3^2 + 4^2 = 5^2$ 的關係，和圓周率 $=3$ 的比例。現存最早的一部數學專書是1983年在湖北省江陵張家山古墓出土的《算數書》竹簡。年代是公元前二世紀。這些竹簡尚在研究中，初步的報告說在形式上是很像後來劉徽在公元260年作序的《九章算術》。我們不知道《九章算術》的作者和成書年代，只可以猜估它是周末至漢代中國數學發展的一個總結。這部書是中國數學史上最具有影響力的著述，至今尚吸引不少中算史家的興趣，不僅有許多發明創造，而且闡發中國古代的數學理論。劉徽另著有一部《海島算經》，以三角術求高度和距離。在劉徽之前，大約是公元190年，徐岳寫了一部《數術記遺》，書中所載的一些大數，有人說是受到佛

教概念的影響。“珠算”一詞也在書中最早出現，但沒有詳細的解釋，亦有四種算盤，但沒有指示是否後來珠算所用的算盤。

公元 280 至 473 年間，出現一部《孫子算經》。其中最受人注意的是一個涉及一次同餘組的問題，有“孫子問題”，“求一術”等稱。這是世界上最早出現的一次同餘組問題。公元四世紀前後，出現一部《五曹算經》。這部書只採用簡淺方法，沒有引起數學史家的大興趣。公元五世紀是中國數學史上的一個重要時期。這是有關圓周率的研究。上述《周髀算經》所載的是 $\pi=3$ 。劉徽《九章算術》所載的是 $\pi=3.1416$ ，後漢張衡（78—139 年）所說的是 $\sqrt{10}$ 等。

祖冲之（429—500 年）和他的兒子祖暅提出三個不同精密的率，即正數： $3.1415926 < \pi < 3.1415927$

$$\text{密率: } \pi = \frac{355}{113}$$

$$\text{約率: } \pi = \frac{22}{7}$$

正數和密率都是當時世界上最準確的圓周率，外國直至公元 16、17 世紀開始有數位數學家分別求得類似的數值。祖冲之著有《綴術》數十篇，可惜在北宋元豐間（1023—1078 年）都已散佚。

公元五世紀另有兩部算書面世。它們是《夏侯陽算經》和《張邱建算經》。現在所有的《夏侯陽算經》不是原本，而是唐代韓延（活躍於 780—804 年）的重寫本。這是一部實用數學書，沒有新的理論。《張邱建算經》內容比較豐富。其中百雞術一題，公元九世紀重現在摩訶毗羅（又意譯

爲大雄，Mahāvira）的著作中。公元六世紀有一部《五經算術》。這部書主要的是講曆法的計算，但作者是誰至今尚議論紛紛，沒有定論。

在物理學和技術方面，專書的數量比較少，和豐富的考古文物成反比例。春秋戰國時代出現一部墨翟（約公元前5至4世紀）和他的弟子共著的《墨經》，和一部齊國的人所著的《考工記》。《墨經》載述力學、聲學、光學等的知識。例如力學講及槓桿原理，光學涉及針孔所產生倒影像，平面鏡以至凹凸面鏡的反射作用，而在視覺方面，提出人目是靠光照才能視物，比歐幾里得的解釋，更爲先進，聲學講述埋缸聽聲法，使守城軍察聽挖坑道的敵人。《考工記》記載多種生產工具、兵器、鐘鼓、冶金等技術。

在青銅時代已有精巧的工藝，使用銅與錫的恰當成分產生某種合金。這就是含錫低於三分之一的商代青銅。用這種合金製造的鏡子，不需以銀和錫塗在鏡面上，而能歷經藏在地下二、三千年，仍不腐蝕。另一項有趣的關於工藝的例証是出現於公元前三世紀秦始皇兵馬俑的胸帶馬具。這種馬具是從公元7至11世紀間由中國傳到歐洲而成爲現代護領馬具之始。這種馬具可使馬輕鬆的背負重物。歐洲以前是採用羅馬式雙輪馬車的頸與腰帶式，顯示當是對力學和馬的知識尚差一段距離。1978年湖北省隨縣曾侯乙墓出土的公元前五世紀的編鐘。編鐘一共64個，45個是甬鐘，19個是鈕鐘。引發研究聲學和音樂史學者的濃厚興趣。

中國以農立國，著重農業是當然的事情。現存的最早農學論著是公元329年成書的《呂氏春秋》。漢代有《汜勝之書》、《四民月令》等書，今已散佚，但是北魏賈思勰所著的《齊民要術》大量引錄這兩部書，使一部分能留存。近期考古學證明1973年浙江省餘姚縣河姆渡村出土稻穀是公元

前 4748 至 4983 年的遺物，西安半坡村仰韶文化遺址所發現的粟粒，是公元前 3000 至 4000 年的藏在窖裡的糧食。甲骨文中出現許多和養蠶、桑、絲、帛等有關文字。1958 年浙江省吳興錢山漾的發掘中，有一些盛在竹筐的絲織品遺物，年代是公元前約 2750 年。

植物和動物的記載，散見許多古代文獻，例如，《爾雅》和《詩經》等古籍。從古代開始創字的人們已經把動物和植物用部首來分類。連南方的植物都受注意。近年來成為學者討論對象是一部嵇含（263—306 年）所編撰的《南方草木狀》。萬震（活躍於 234—280 年）也有一部《南州異物志》。

動、植、礦物記載的目的，都似是從對人類的用途作為出發點，例如作食用、醫藥用、器用等。《齊民要術》的書名可以引証這個看法。先談一個植物對我們生活中常用物品的的一種用途。這是中國四大發明之一的紙。史書所載的是公元 105 年蔡倫利用樹皮、大麻、破布和魚網為原料製紙。1933 年新疆省發現公元前一世紀的西漢麻紙，1957 年西安出土公元前二世紀的古紙。紙的出現最少是比《東觀漢記》所說“蔡倫典尚方作紙”早二百多年。蔡倫可能是改良當時造紙的方法。公元七世紀造紙術經由朝鮮傳入日本。公元八世紀造紙術傳到阿拉伯國家，中國人在當地的造紙工場替阿拉伯人造紙。後來造紙術從阿拉伯國家傳到歐洲。公元 12 世紀，西班牙和法國設製紙廠。

食用的植物上文已經略提及。最著名的藥用動、植、礦物專書是公元三世紀吳普所編集的《神農本草經》。這部書已散佚，但現存數種輯佚本。公元五世紀，陶弘景增列多種藥物，撰成《本草經集注》。原書已散佚，但敦煌有序錄一卷。吳普是華佗的弟子，和陶弘景都是歷史上的名醫。

神農是相傳的醫學始創者。甲骨文登載一些醫療用品的名稱，例如溫酒和似是針灸用的砭石。古代巫與醫不分，至公元前六世紀秦越人（又稱扁鵲）的時期這兩種不同性質的職業始分開。望、聞、問、切這四種診法，說是從扁鵲開始。有人稱他為中國的希波革拉第，可是他比這位希臘名醫是早一個世紀。春秋戰國時期也出現《黃帝內經》，分為《素問》和《靈樞》兩部。《黃帝內經》是載述針灸的最早一部書。公元二世紀末，張機（仲景）撰寫一部《傷寒雜病論》和一部《金匱玉函要略方》。他的著述不僅在中國而且後來在日本曾起了極大的影響。據說三國時華佗曾利用麻沸散的作用而製就一種麻醉藥，可惜單方沒有留下來，所以這藥劑的成分，我們還不曉得。近來一位日本學者認為麻沸散含有大麻的成分。公元三世紀出現一部針灸專書《針灸甲乙經》，作者是皇甫謐（215—282年）。不久，王叔和（265—317年）撰寫一部《脈經》。東晉著名醫家和鍊丹術家葛洪（261—341年）是《肘後救卒方》和《金匱藥方》（亦稱《玉函方》）的作者。上文提及的陶弘景（452—536年）也是一位著名醫家和鍊丹術家，在醫學方面著有一部《名醫別錄》。《隋書·經籍志》題有一部巢元方所作的《論病源候論》，這應該是指公元610年成書的《諸病源候論》。這是一部記載一千多種病候的重要醫籍。

古代醫學和鍊丹術有密切的關係。《神農本草經》載述許多能夠使人長生不老的礦物和植物，上文也提及同時兼精於醫學和鍊丹術的葛洪和陶弘景。戰國時代已經存有長生不老的思想，例如《戰國策》有“不死之藥”條。秦始皇慕求長生之事載在司馬遷的《史記》。漢代有些皇帝，例如漢武帝，對長生不老和鍊金術深感興趣。淮南王劉安的門客編寫一部《淮南萬畢術》，惜已散佚，只有零碎的引文載在類書

裡。公元二世紀，魏伯陽著《周易參同契》。這是世界上現存最古老的鍊丹術理論著述。公元四世紀初期，上文提及葛洪著《抱朴子內外篇》，《內篇》闡述鍊丹理論和實驗。梁朝的陶弘景亦是一位著名鍊丹術士，據說他曾寫過一部《三十六水法》。今《道藏》本有一部同書名的著作，但未能証實作者是否陶弘景。

雖然鍊丹術的主要目的是在製造長生不老的仙丹。但是運用各種混合物作實驗，有時可能產生一個沒有料及的效果。例如在公元四或五世紀由煤煙所產生的黑墨。硫黃和硝石都是鍊丹的常用原料。這兩種物質混雜一些丹房作為燃料的炭灰，合燒時會具劇烈燃燒性，如果分量巧合會具爆發性。依據當時的情況爆發的可能性不大。是否唐代以前方士們已經知道火藥的性質呢？這個問題沒有肯定的答覆。《道藏》中的一部《真元妙道要略》載有由於實驗使用硝石、硫黃而丹房告失火或者方士被燒傷的事情。這部書的作者是鄭思遠。東晉時代葛洪的老師是鄭思遠。可是書中載有一位活在五代時期方士的別名。中國歷史上，同姓同名的人並不罕見，同別名的人也不太少。假如沒有其他的証據，我們還是要懷疑這部書是五代時期的作品，而不是出於葛洪的老師的親手。火藥的問題還是要留到唐、宋時代再說吧！

古代的科学思想是基於陰、陽兩儀和水、火、木、金、土五行的理論。公元前八世紀，周朝的史官伯陽父，用陰陽、五行在運轉中失卻平衡來解釋兩次在周幽王2年和9年發生的地震。後來騶衍（約公元前305—240年）發揮五行的學說，提出五行相剋說。董仲舒（約公元前179—93年）的《春秋繁露·五行之義》載有五行相生說。另外，古代用來占卜的《易經》以兩個不同的符號代表陰陽兩儀，從而推

衍八卦和六十四卦。一切的自然現象的解釋，都是基於上述的陰陽、五行相生相剋，和《易經》的思想。

第八章 唐宋的科技發展

中國歷史在唐代曾經到達一個全盛的時代，佛教在東漢和南北朝時期由印度傳入中土，而佛教徒的取經旅行也引致文化的互相交流。例如，中國的數學可能對印度的早期數學有些影響。公元6世紀，佛教由中國傳往日本，於是科技也隨著在東瀛傳播。長安是唐朝的首都，估計當時人口超出一百萬，各處使節和商賈雲集，可稱為當時世界上的最大都會。宗教和貿易是中國與鄰國間文化交流的媒介。交通的發達使賈耽（730—805年）製造一幅載有鄰國的《海內華夷圖》，為地理學史開了一個新紀元。此外李吉甫（758—814年）著有《元和郡縣國志》五十四卷，玄奘（596—664年）在貞觀20年（公元646年）完成一部《大唐西域記》。這都是唐代的卓越地理學著述。

另一個文化傳播的最佳媒介也在唐代出現了。這是印刷術的發明。我們可以從大約公元1005年間，王欽若與楊億所編的《冊府元龜》中找到不少有關唐代木版印刷的資料。現存最古且有年代可考的雕版印刷本是公元868年5月11日作成的《金剛般若波羅密經》，現藏倫敦的英國博物館。它僅是現存的最早印刷本專書，但印刷術並非誕生在這個日期。《道藏》提及公元855年出版的一部《玄解錄》，而唐元稹於《白氏長慶集序》（公元824年）提及揚越間人雕刻

《白居易詩集》售賣。足以證明印刷術是較《金剛般若波羅密經》更早時已經在中國發端了。近年也先後在日本和韓國、出現了一些木版印成的靈符。年代都比倫敦所藏的印刷本較早大約一百年。

唐代出了多位傑出數學家。中國傳統上的「數學」包括現代的所謂數學、天文學、占星術、數字學、占卜學等。其中的著名天文學家有制訂戊寅曆的傅仁均和崔善爲、制訂麟德曆的李淳風（602—670年）、創制大衍曆的僧一行（公元683—727年）等。「天文學家」這個名詞不能充份代表李淳風和僧一行等的專長。例如，李淳風也擅長數學，曾經替《孫子算經》、《五曹算經》、《周髀算經》、《九章算術》、《海島算經》、《夏侯陽算經》、《綴術》、《張邱建算經》、《五經算經》、《緝古算經》等十部算經加註釋。《新唐書·列傳》載及李淳風精於占候。占候是屬於傳統數學中的術數。

一行是公元8世紀世界上最特出的天文學家，但他也在數學上有建樹，並精通術數，相傳著有《銅鉞要旨》和《祿命詩》兩部已經失佚的命理學書。一行俗姓張，名遂。開元9年（721年），唐玄宗要改修當時的曆法，召見一行，命令他執行這個任務。在他開始觀察天象的時候，便發覺當時的天文儀器都已經陳舊腐蝕，不堪使用。他便立刻製造一些比以前更精密的儀器。他和梁令瓚製造一座黃道游儀和一座水運渾儀。前者是用以測定日、月、五星在自身軌道上的位置；後者是依據東漢張衡的渾天儀水力推動原理而製成，不僅能反映日、月進行的規律，而且可以自動記時。通過這兩座天文儀器的觀測，一行發現當時眾多恒星的位置和古籍上的所載，有不少變動，現在一般天文學家都認為一行是世界上發現恒星本動 *proper motion* 這個現象的第一

人。從前天文學界都認為恒星本動是被英國天文學家、哈雷彗星回歸期的發現者、艾蒙·哈雷 Edmond Halley (1656—1742 年) 所發現。較一行晚了整整一千年了。一行在天文學上另一個大成就就是子午線的測量工作。他所獲得的數值是一度的子午線在地球的平面的弧長是 132.03 公里。雖然這個數值不是很精確，但一行的這項工作，卻是科學史上的一個劃時代壯舉。雖然希臘科學家埃拉托色尼 Eratosthenes 在他八、九百年前曾經測量子午線一度的弧長，但遠比不上一行的規模壯偉。第三次的測量是由阿拉伯回教國家哈里發、馬謨 al-Mamun (813—833 年在位) 時代所舉行，這是在公元 814 年，晚於一行約九十年。一行駐在長安和一些熟諳天文學的印度僧人和專業人員來往得很密切。他可能從他們方面獲知地球周長的概念和來自印度的三角函數表。

為著編制新曆，一行除卻校驗他親自觀測的結果，並且遍覽前代的曆本，覽閱二十三家的曆法。最受他重視的是隋代劉焯 (544—610 年) 的皇極曆。此外，他也採納印度曆法的一些長處，以審慎態度取長補短，而非採用整套的印度曆法。以往劉焯認為太陽運行速度有快慢的現象，可是他對這種不均勻的運行現象，卻未充份了解。一行指出太陽運行的速度是由快漸慢（近日點時，速度最快），由慢漸快（遠日點時，速度最慢）。這可說是一行在天文學上的另外一項重要成就。他從這個太陽運行的規律出發，按著不等的時間間隔，安排二十四節氣，他指出以前劉焯所用的等間距二次內插法來計算相鄰兩氣間太陽運行速度是不對的，因此，他改用不等間距二次內插法。

所謂內插法，乃是近似計算法的一種，漢代《九章算經》第七章「盈不足術」就是一種最簡單的內插法，亦即是

所謂一次內插法。印度數學家婆羅門笈多 Brahmagupta 亦曾使用類似劉焯的等間距內插法公式。年代大約是公元 628 年。一行的不等間距二次內插法被後世中國的大文和曆法工用者，沿用達五百餘年。直到元代郭守敬（1231—1316 年）編訂授時曆時，才改用三次內插公式。由此可見，天文學的不斷發展，對於數學的要求越來越高，這便促進數學的發展。內插法也是中國傳統數學所達到的一個高峰。我們可以看到，一行在數學上的成就，並不遜於他在天文學的享譽。

一行所編訂的曆法，命名大衍曆。他用大衍求一術算出一個上古的上元。大衍這個名詞，來自《易經》的「大衍之數五十，其用四十有九。」大衍曆的初稿在開元十五年完成。同年十一月一行陪同玄宗往新豐，不料一行病倒，當天晚上在新豐圓寂。玄宗命令大臣張說和曆官陳玄景負責整理大衍曆的初稿。開元十六年，大衍曆頒行天下，風靡一時，到處受人歡迎，但也引起一場小風波。事緣當時一位任職於唐室印度天文專家，瞿曇瞿，因未受邀參與修訂曆法工作，心懷不滿，揚言一行的大衍曆是抄襲印度的古代曆法九執曆 Navagraha，而且一行又擅自引入若干錯誤。曆官陳玄景和當日一行的助手南宮說也竟然附和。為著分辨是非，玄宗下令侍御史李麟，太史令桓執圭，依據天文台的實測，研究大衍曆、麟德曆和九執曆的真偽。校驗的結果，在十次的測驗中，大衍曆有七、八次準確，麟德曆有三、四次，而九執曆僅有一、二次而已。於是唐代繼續採用大衍曆，直至公元 756 年至德曆頒行為止。

瞿曇瞿是印度移居中土的瞿曇家族的一員。這個家族在印度文化東傳和唐代天文學上曾扮演一個重要角色。瞿曇羅任司天臺太史令凡三十年，並在公元 665 年修訂經緯曆和在

公元 698 年作光宅曆。他的兒子瞿曇悉達 Gautama Siddhārtha 在這家族中成就最高。他任太史令時曾修理當時的鐵渾儀，公元 718 年翻譯九執曆，718 至 726 年間編纂《大唐開元占經》。這部鉅著引入大量秦漢以來天文學和占星術的零散資料和印度的九執曆。九執曆對中國曆法的影響不大，但是它從中國傳到朝鮮，在該國頒行一段時期。《大唐開元占經》還引進印度表示十進位數的「零」符號，這是早期的以點代表零，印度人稱為 bindu。三角術的正弦函數亦在此書出現。在唐代司天監供職的還有迦葉波 kāśyapa 氏和俱摩羅 kumāra 氏（又作鳩摩羅，亦即楊景風所稱拘摩羅）兩個印度專業家族。印度以外，天文，尤其是占星術也從波斯和西亞地區傳入中土。景教徒翻譯了一些這類的著作，例如一位原名亞當 Adam 後來取名景淨的景教徒翻譯了一部《四門經》。波斯的天文學家大慕闍在公元 719 年從支汗那 Jaghānyān 東來。當時的佛教經典已含有一些波斯和康居的術語。僧不空 Amoghavajra 在公元 759 年所翻譯，而楊景風在公元 764 年註釋的《宿曜經》載有康居五星名稱的音譯。

唐初，王孝通撰寫一部《緝古算經》，介紹一個帶從立方方法，可惜沒詳細闡釋這個求三次方程方法。這部書列入李淳風等所註釋的十部算書中。加上徐岳的《數術記遺》和董泉的《三等數》這些算書成為唐代科學考試明算科的課本。後來《綴術》和《三等數》都散佚了。剩下來的十部書後來被稱為算經十書。此外，唐代敦煌算書流傳在倫敦的有《立成算經》一卷和《筭經》一卷的兩份殘卷，另一份殘卷存在巴黎。另外，巴黎也存有敦煌算書和算表各一種。

唐代對鍊丹術和醫學都有顯著的貢獻。現代美譽為藥王的孫思邈（581?—682 年）是唐代最傑出的名醫，著《備急

《千金要方》和《千金翼方》兩部醫典。同時他也是唐代最傑出的鍊丹術士，著有《太清丹經要訣》。他的一位弟子孟詵（621—718年）亦在醫術和鍊丹術上享有盛名。公元659年，蘇恭和英國公李世勣等，編寫了一部《新修本草》。這是世界史上最早的由國家主持下所編成的藥物典籍。公元806年，梅彪編撰一部《石藥爾雅》，西方國家要等待大約六百年後才有一部類似的丹藥字典問世。唐代著名詩人的作品中，常載有一些關於鍊丹的事情。例如李白、白居易、孟浩然、劉禹錫、柳宗元等的詩文。可以看到鍊丹術的普及。鍊丹術至唐中葉已達最高峰。但是從此漸趨下游。原因是丹藥往往含有水銀、鉛、砒等有毒成份。不少皇帝和士大夫因誤服丹藥而告身亡。憲宗、武宗、宣宗、穆宗是幾個例子。許多優秀而充滿信心的鍊丹術士也可能受到丹毒之害。上文提及比較《金剛波羅密經》更早出版的《玄解錄》就是一部針對丹毒的書。可見丹毒是一個普遍的問題。後來的鍊丹術士對鍊丹存了戒心，不敢放膽用多種藥物，亦有些以內丹取代外丹。於是鍊丹術的黃金時代也就過去了。

上章提及《道藏》的《真元妙道要略》所載有關火藥燃燒性條。其實這部書一共有兩條類似的記載。但是成書年代發生問題。懷疑是五代時期的作品，雖然某些部份可能是源出唐代甚至比唐代較為早的時期。可惜尚無法確定。《道藏》的《諸家神品丹法》的「伏火硫黃法」條也涉及火藥的燃燒性，曾被誤認為出自孫思邈。但是《諸家神品丹法》的編者孟要甫是宋朝人。書中所錄取的有些可能是源出宋以前的著述，但是我們還無法證實。還有一條火藥配方載在號稱元和三年（808年）清虛子所撰的《鉛汞甲庚至寶集成》的「伏火礬法」條中。可是這部書的成書年代也發生問題，懷疑是宋代的作品，雖然所載的一部份是源出唐代，可惜尚未

能找出證據。《新唐書·列傳》卷149下載述唐懿宗時高駢剿治由安南至廣州江漕，梗險多巨石，震碎其石乃得通，可能是指用火藥炸碎巨石。年代是公元9世紀。至於用在戰場上的火藥武器，我們就要講到宋代了。

《宋史》提及馮繼昇在公元970年上表請製造火箭，又載述唐福在公元1000年製造火箭、火毬和火蒺藜等火器。公元10世紀中葉是火槍誕生的時期，公元1259年火槍演變為吐火槍。火槍用的僅是火藥，而吐火槍則用實彈，並非現代所用的每發一粒的子彈，而是一大堆的金屬、陶器等碎片，有時加上一些毒藥。第一部登載火藥配方和火器的軍事專書是公元1044年曾公亮著作的《武經總要》，而較早時北宋初期，戰場上已經使用火器了。製造火器的方法後來相繼落入金人和蒙古人手中。公元13世紀蒙古鐵騎西征，屢次使用火器，例如公元1258年攻陷巴格達城時曾使用震天雷。阿拉伯人稱它為“火罐”。後來阿拉伯人從蒙古獲取火器的知識，用火器攻打十字軍，歐洲才開始知道火藥，這是公元13世紀下半葉的事情。話該回到正題繼續談及宋代的科技發展了。

趙宋立國，天下統一，歌舞昇平延續一百五十年之久。日本學者宮崎市定，曾以此盛世媲美歐洲的文藝復興，因為“古文運動之復興，理學之萌芽，印刷術之傳播，科學與技藝之發展，皆於此時出現。”宋代科學和技藝之所以能夠獲得如此成就，實與當時的教育和考試制度有密切關係。不少文學家對水利學、數學、醫學、軍事工藝等各方面的學問，均有心得。例如，蘇軾不僅精通醫學和農學，而且對鍊丹術也有涉獵。沈括精通數學和天文學，而且在醫術上也有很深的造詣。靖康之變（1127年），金人陷汴京，宋室南渡，祕書省舊藏彫版與圖書典籍散佚殆盡，禍及科學技術版本，

例如內藏鍊丹術典籍的北宋版《道藏》。後來遼金相繼統治中原、蒙古族又崛起塞外，和南宋形成長期對峙的局面。南宋時代，天文、數學、技藝、醫學等，尤其是數學，都有很大的成就，但學術思想方面則略遜於北宋。中原地區在金人統治時，因為政策較為開明，學者們許多以遺民身份，避免仕途，致力學術研究，在醫學和數學方面，有頗多輝煌的成果。

在天文學方面，北宋先後改曆九次，南宋十次，合計改曆次數凌駕唐代之上。改曆有賴於準確天文觀察，而準確天文觀察需要精密天文儀器。北宋先後製造四座渾天儀，共費黃銅約二萬斤，即(1)太宗至道年間韓顯符所造的至道儀、(2)仁宗皇祐年間周琮、舒易簡、于淵等所造的皇祐儀、(3)神宗熙寧年間所造的熙寧儀、(4)哲宗元祐年間蘇頌所造的元祐儀。其中最精密的要推蘇頌的元祐儀。這具渾天儀的構造，詳載在蘇頌的《新儀象法要》一書中。李約瑟等曾詳細研究這座儀器，稱它為天文鐘，認為元祐儀是一座精密天文儀器，同時也是世界上最早的自動計時器，即現在所指的鐘。

宋朝的皇帝，為著防止司天監工作人員作弊，就在禁中設立另外一個天文院。沈括在他的《夢溪筆談》說：

設漏刻，觀天台、銅渾儀，皆如司天監，與司天監互相檢察。每夜，天文院具有無謫見雲物祥及當夜星次，須令於皇城門未發前到。門發後，司天占狀方到；以兩司奏狀對勘，以防虛偽。

宋代對星座的位置作過四次觀察，以皇祐和元豐年間的觀測最為精密。著名的《淳祐天文圖》是根據元豐年間的觀

察而繪製。蘇頌的星圖也是根據元豐年間的觀察。公元 1247 年，《淳祐天文圖》刻在石碑上，現存在蘇州孔子廟。這石碑是世界現存的最古星圖。宋代對天文學的另外一個貢獻是天文記錄的保存、整理和分類。公元 983 年李昉所編的《太平御覽》從正史中蒐集許多天文資料。公元 1084 年司馬光的《資治通鑑》引入自東晉至後周間的彗星和日蝕等的記錄。鄭樵的《通志》和朱熹的《通鑑綱目》都載有天文資料，馬端臨的《文獻通考》所載的天文資料，曾吸引許多公元 19 世紀和 20 世紀初期外國學者的注意。

北宋的最著名數學家要推沈括。他的《夢溪筆談》提及代數和幾何學，也談到一種「造微之術」。在計算面積，沈括用「拆會之術」，而在計算體積，他就採用「隙積術」，後者把有關體內置滿許多體積可以算出的小單元，然後加上各單元之間的空積。雖然微積分學並沒有在中算出現，「造微之術」的觀念，也許可以看作積算無窮細小面積和體積之嚆矢。

公元 11 世紀末期，宋刊《算經十書》出版，引發數學研究。公元 1078 年 1187 年間出現了幾部現在已失傳的算書。例如劉益所撰的《議古根源》，蔣舜元撰的《指南算法》，賈憲的《賈憲九章》和著者不明的《盤珠集》。從宋末楊輝的引述可以知道劉益的書包括二次方程式的數值解法，和公元 19 世紀初期和涅 Horner 所用的三次方程式數值解法相似。楊輝稱之為帶從開方法，並說明是劉益所創。這個方法對宋末末期的四位大數學家，秦九韶、李治、楊輝、和朱世傑都有很大的影響力。賈憲不特創立開平方根和開立方根之法，而且將他的方法推廣至任意高次冪的開方。賈憲是北宋數學兼天文學家楚衍的門人。宋仁宗至英宗朝，楚衍曾任職司天監。據說他又精通綴術。賈憲還撰寫一《算法數

古集》和一部《黃帝九章細草》，可惜都已失佚。

宋朝末期，中國數學發展至最高峰，從公元 13 世紀上半葉至 14 世紀初期的數十年間，先後出現了秦九韶（1202—1261 年）、李治（1191—1279 年）、楊輝（生卒年月無從稽考）、朱世傑（生卒年不詳，1280—1303 年活躍）四位數學家。公元 1247 年秦九韶的《數學九章》問世。美國哈佛大學首任科學史教授沙頓 George Sarton（1884—1956）稱譽秦九韶為“他的時代裡世界上最偉大的數學家”。他以三次方程式和高次方程式來解答各種問題。他所採用的玲瓏開方解法酷似五百五十年後英國數學家韋列和義大利數學家盧芬尼 Ruffini 所分別再發現的解答三次方程式方法。李治（又稱李治）著有《測圓海鏡》十二卷、《益古演段》三卷。其他的著述今已失佚。李治採用天元術解答書中的算題。天元術是等於代數的一元高次方程式。後來天元術對日本的數學界留下深刻的影響，導引和算的產生。

楊輝編著數書多種。公元 1261 年有《詳解九章算法》十二卷，後來再增補三卷。公元 1274 年著《乘除通變算寶》三卷，公元 1275 年有《田畝比類乘除捷法》二卷和《續古摘奇算法》二卷。楊輝採用高次方程式，也提及級數求和公式。談到朱世傑就涉及元代了。公元 1297 年至 1303 年之間，朱世傑先後刊刻了他的《算學啟蒙》和《四元玉鑒》兩部書。《算學啟蒙》的內容包括四則運算、開方、天元術等，並且載有一種“九歸除法”，和後來的珠算歌訣相同。《四元玉鑒》敘述多至四個未知數的多次方程式，以「天」、「地」、「人」、「物」代表四個未知數。書中又載有一個圖，和後來的巴斯噶三角形 Pascal Triangle 完全一致，又提及高階等差級數求和法。

中國數學的黃金時代，從宋末延伸至元初的朱世傑，此

後便一蹶不振。在天文學方面，元初亦有一位郭守敬（1231—1316年）。他的授時曆是歷史上最精密的中國傳統曆法。在編曆時郭守敬採用三次內插法，把中國數學帶上另一高峰。可是，郭守敬以後，天文學也後繼無人，再沒有一位偉大的傳統天文專家出現了。

假如要我選出一位宋代科技史中的代表人物，我就會想起沈括了。上文已提及他在數學和天文學上的成就，現在再談他在其他方面的科技貢獻。他的《夢溪筆談》對銅沈澱的觀察有詳細的記載。宋代造幣廠採用這方法以鐵化銅鑄幣。這種單質銅沈澱法是水冶金技術的起源，也是世界化學史上——重大發明。歐洲要等待六百年後的波義耳 Robert Boyle（1627—1691年）始充份知道化學沈澱的原因。《夢溪筆談》又提及慶曆五年（1045年），民間匠人畢昇發明活字版印刷術，以細緻黏土，製成小塊，乾燥後以刀刻字于其上，放在釜內燒硬，籍以排印。沈括對此發明推崇備至。

本章和上章已經提及中國四大發明的造紙、印刷和火藥。另一個是磁石指南針。魏晉南北朝期間，磁石已經被利用作指南針。初期航海用的指南針是以木製的魚內鑄入磁石，把魚浮在一盆水上便會指示方向。雖然在波浪中使用不方便，這種指南針是現代指南針的起源。《夢溪筆談》提及以絲懸針並指出磁針“常微偏東不全南也”。後者是磁針偏角的最初發現。

磁石指南針使人聯想傳說中軒轅黃帝使人製造的指南車。這是和現代的磁石指南針無關。《宋史》載述天聖五年（1027年）燕肅、大觀元年（1107年）吳德仁，先後製造指南車，並且詳述它的形狀和構造。英國科學家蘭徹斯特 Lancaster 對中國的指南車曾作了長期的研究。他的結論是他已找到證據，證明一個西方國家在最近數十年來始諳悉的

科學原理，早在幾千年前中國人已知應用了。其實「幾千年」是有點誇張。燕肅和吳德仁距他還不及一千年，我們也不能知道他們所造的是否傳說中軒轅黃帝的指南車。

宋代的醫學有顯著的發展。翰林院設公共衛生局，稱翰林醫官院，規模龐大，職員逾千。它的主要職務是負責編纂和出版藥方書，兼實施醫學教育的計劃，職業病的治療也受關注，例如，中水銀毒的救急等。感冒一詞在宋代已很流行。史籍中對流行病的記錄也很詳備。由於大量人口的遷徙，有關瘧瘧、黑熱病、蠱毒等病症也激增了。宋代出版了多部《本草》，例如，開寶年間的《開寶本草》，嘉祐年間的《嘉祐本草》，仁宗時蘇頌所撰述的《圖經本草》，徽宗時唐慎微的《證類本草》，政和年間的新校訂本《新脩經史證類備用本草》和寇宗奭的《本草衍義》，寇宗奭另一部《圖經衍義本草》等。其中以《政和新脩經史證類備用本草》最具權威，流傳五百年，直到明朝李時珍的《本草綱目》問世，才被取代。宋代出現許多醫籍，但特點是在於整理與校勘古代的醫書。例如郭思的《千金寶要》是按孫思邈的《備急千金要方》纂要而成。

宋代時期，朝鮮和日本都深受中國醫學的影響。此外，許多中國藥植物和藥材亦輸入西亞細亞的回教國家。其中包括肉桂、生薑、大黃等。中國的脈搏理論，對回教著名醫學家伊本·辛納 Ibn Sina 影響甚深。通過他的著作，這種理論後來又傳到歐陸去了。

在鍊丹術方面，宋代以出版《道藏》著稱。宋代的鍊丹術著述中有許明道的《還丹祕訣養赤子神方》、吳悞的《母房須知》、彭耜的《金華沖碧丹經祕旨》、孟要甫的《諸家神品丹法》、張君房《雲笈七籤》等，多數是屬於蒐集性質。金丹毒使術士們懷有戒心。其中有些把興趣轉移往內

丹，希望從這方面入手就可獲長生不老之道。

本章未結束前應該略提宋代的理學。宋代是大約和歐洲的中世紀同一時期。在這個時期中國和西歐的思想家，都曾企圖把自然現象和人類、社會現象相提並論。朱熹（1130—1200年）和托馬斯·阿奎那 Thomas Aquinas（1224—1274年）是中西兩方的典型代表人物。基於希臘哲學家德謨克里圖「物不能生於無」論的西方「合理主義」者，認為阿奎那經院哲學所提倡的是屬於「神祕主義」，是科學發展的一種阻力。雖然朱熹的宇宙觀沒有引進一位超越自然界的神，但他的理學是基於老子所說的“天下萬物，生於有，有生於無”，即王船山所謂“是虛能於無生有”。這個「無的立場」亦被視為「神祕主義」。話雖如此，宋代各理學家對自然界的觀念未必是一致，例如張載（1020—1077年）、邵雍（1011—1077年）和朱熹的自然界觀念。連他們對易著的方法也各持己見。中國傳統科學，往往是混合在術數中。術數也是包涵在一些宋代理學家的言論中，例如張載和邵雍的著述。朱熹的言論，在日本的思想史中，有相當的影響力。所以宋代的理學，尤其是術數，是科學史的一個有意義的課題。

第九章 古印度的科學發展

在古印度最初出現的是醫學。在吠陀 *veda* 時期（約公元前 2000 至 1000 年）出現一部 *Ayurveda*（《阿輸吠陀》，意譯《壽命吠陀》）。*Ayur* 的意義是生命，*veda* 是求知，又被意譯為“聖經”或“聖明”。這部醫典分醫學為八科，包括拔除異物敷裹繃帶等外科，使用利器割除頭部五官病源的外科，治療鬼病的巫術，小兒及產婦科，解毒劑科，長壽藥科，和強精藥科。這部書被後來不少學者加以援引和發揚。其中最著名的一位是噉食 *Atreya*。據說他在公元前 6 世紀時期在太克西拉 *Taxila* 的學府授徒。他的一位弟子如火 *Agnivesa* 著有一部 *Atreya-tantra*（《噉食氏集》），不僅詳加說明《阿輸吠陀》，而且涉及藥用植物和獸醫。公元 2 世紀，印度著名的內科鼻祖闍羅迦 *Caraka*（約 120—162 年）引錄這部書在他的 *Caraka-samhitā*（《闍羅迦全集》）中。《闍羅迦全集》成為印度《阿輸吠陀》系醫學的內科代表著作。

繼承《阿輸吠陀》系醫學的外科者是妙聞 *Susruta*。其年代已不可考，傳說是在公元前 6 世紀曾在印度東部貝拿勒斯 *Benares* 市的醫科學府任教。*Susruta-samhitā*（《妙聞集》）乃《阿輸吠陀》系醫學的外科代表著作。後來此書

被龍樹 Nagarjuna 所修訂。印度歷史上有數位龍樹，又譯作龍勝，玄奘所提到的龍菩薩亦稱龍樹，是大乘的始創人，也精通醫藥和鍊金術。假如修訂《妙聞集》的人就是玄奘所提的龍樹，他便屬於公元 2 世紀，又和印度醫學傳入中土有很大的關係。

公元 5、6 世紀的婆拜他 Vagbhata 是與闍羅迦和妙聞被譽為印度的三大名醫。歐洲人士又稱他為“印度的蓋倫”。他把古代的醫籍，按照《阿輸吠陀》分八類，編成散文體集，稱為 *Ashtanga-samgraha*（《八支集》）。他另以詩歌體裁編了一部 *Ashtanga-samhita*（《八心集》）。公元 8 世紀闍迦般尼達陀 Cakrapānidatta 註釋《闍羅迦集》和《妙聞集》，為這兩部書的現存最早註釋本。

最早期的印度天文和數學古籍是所謂 *siddhānta*（《悉檀多》又意譯《曆數書》）。《悉檀多》不僅是一部書，也不是同一時期所作。共有五部，著書時期難確定，而且其中只有 *Sūrya-siddhānta*（《蘇利亞曆數書》）的原書尚存在，其餘所存的只有註釋本。依據西方學者的考據，這五部《曆數書》都受到不同程度的希臘托勒密以後天文和數學知識的影響。印度著名數學家阿耶波多（第·）Āryabhata I（476—550 年）曾經提及這些書。所以《曆數書》的年限不能晚於公元 5 世紀上半葉。依據阿拉伯著名天文和數學家比魯尼 Al-Bīrūnī（973—約 1048 年）的記載，《蘇利亞曆數書》的著者是哪多 Lāta，但哪多可能是註釋者。這部《曆數書》所載的作者是蘇利亞。他是印度教中的太陽神。書中所載的有關天文的理論都似源自希臘，但也含有許多印度的天文民間傳說。更早的一些天文資料是載在 *Rig-veda*（《梨俱吠陀》），例如有 1 年 = 13 月的零星載述。數學

史家認為最重要的是《蘇利亞曆數書》所載的正弦 *jyā*，和希臘人所用的切弦是不一樣。書中也提及正矢 *utkramājyā* 或 *utramadjyā*，這是正矢（英文名 *versed sine*）在記載中最早的出現。

比魯尼又說另外一部 *Pauliśa - siddhānta*（《報里舍曆數書》）的原著者是在沙恩大亞 *Saintra* 居住的一位希臘人報里舍。有人試猜這是否指亞歷山大城的保羅 *Paul*。但是還沒法找出證據。這部書載有重要關於三角學的記述，談及正弦的概念並列出相隔 3 度 45 分的 24 個正弦的一個表。書中說一個 $3^{\circ}45'$ 角正弦是與弧相等，即 $\sin 225' = \text{radian}$ （弧度） $225'$ 。設 $x = 225'$ ，則 $\sin x = x$ 。書中稱 x 為 *kra majyā*。第一個正弦是 $\sin x = x$ ，其他 23 個正弦是依下列的方式計算：

$$\sin (n+1) x = 2 \sin nx - \sin (n-1) x - \frac{\sin nx}{\sin x}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, 23.$$

書中也談及正矢的概念。一個有趣的記載是關於圓周和徑的比率。所載的是 $\pi = \sqrt{10}$ 。張衡在較早時也曾提出一個相同的數值。

上文提及的阿耶波多〔第一〕（亦譯作聖使）是著名的天文學家兼數學家，公元 476 年生於現今巴特那地附近。公元 499 年他撰著一部 *Āryabhaṭīya*（《阿耶波多提亞》，又譯作《聖使曆數書》）。他把《報里舍曆數書》的三角函數系統化並增加許多數學知識。例如，他所用的圓周率是 $\pi = 3.1416$ 。書中載有關於比例、開方、二次方程和一次不定方程 $ax + by = c$ 等問題及某些級數的解法，例如：

$$S = n \left\{ a + \frac{n-1}{2} d \right\}$$

$$n = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{-2a \pm \sqrt{(d+2a)^2 + 8sd}}{d} \right\} \text{ 等}$$

在上述二項等差級數中， a = 最初的數； d = 等差； n = 級數的數目，即一共有多少數字； S = 全級數中數字的總和。書中亦談及天球和地球，並主張地球繞軸自轉來解釋天球的周日運動，可是後來的印度天文學者沒有接受這個主張，例如伐羅河密希羅（又譯彘口）Varāhamihira 和婆羅門笈多 Brahmagupta。

伐羅河密希羅是與阿耶波多〔第一〕同時代的一位傑出天文學兼數学家和詩人。他編著一部 *Pancasiddhantika*（《五大曆數全書匯編》）介紹五部《悉檀多》和匯集當時印度天文學的全部精華，並且引述阿耶波多〔第一〕的著作。書中亦載有一些新概念，例如月球和太陽的地平視差，遠日點的移動，月球和地球直徑的推算方法等。在三角函數方面書中載述一些等於下列方式的函數關係：

$$\sin^2 \alpha = \text{versin}^2 \alpha = 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

以前天文學是包涵占星術。書中所謂天文學的一大部分是現在所稱的占星術。伐羅河密希羅也另外撰寫一部稱為 *Bṛihat-samhitā* 的占星術專書。書中談及各種寶石、地理等題，但都是以占星術為出發點。

印度科學史上有兩位不同時代的阿耶波多，也有兩位不同時代的伐羅河密希羅。另一位阿耶波多是公元 10 世紀中葉的一名天文學家，著有一部 *Arya-siddhanta*（《阿耶曆數書》）。西方學者稱他為阿耶波多第二。另一位伐羅河密來希羅也是一名天文學家，活在公元 2 世紀，但名氣比不上後來與他同名的《五大曆數全書匯編》的著者。

公元 7 世紀的最具盛名數學家是婆羅門笈多。公元 628 年，他撰寫一部 *Brāhmasphuṭa-siddhānta*（《婆羅門悉曇》），除卻引述《蘇利亞曆數書》和《聖使曆數書》，此書也載有作者的一些創新言論。所載的有級數、利息、比例、面積、容積等，計算四邊形的面積用的方式是

$$A = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

A 是面積； a, b, c, d 是四邊的長度， $s = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$ 。

我們知道這個方式準確與否要看有四邊形的四角是否都在同一圓環上。在算出二方程式 $x^2 - ax - b = 0$ 的根 x 他使用的方式是

$$x = \sqrt{\frac{a^2 + 4b - a}{2}}$$

我們知道二次方程式可能有兩個不同的根。婆羅門笈多的方法祇能求出其中的一根。此外他的書也涉及一次不定方程式和記載一個尋求截頭稜錐體的體積方法等。他的截頭稜錐體

的體積方式 $V = \frac{1}{3}h(a^2 + b^2 + ab)$ 酷似古埃及人所用的方法（見第 1 章）。

公元 9 世紀的最負盛名印度數學家是摩訶毗羅 *Mahavira*。他寫一部 *Gaṇita-sāra-saṅgraha*（《數學九章》）旨在改進婆羅門笈多的著述。結果他的解釋比婆羅門笈多更詳細，但選材的深度比不上後者。他是唯一談及橢圓的印度數學家，雖然他所講的並不很準確。他的書涉及度量衡制度、級數、記數法、開方（包括平方和立方）、勾股數、和不定方程式，他論及“零”的運用說：

任何一數字乘零則等於零。任何一個數字加零、減零、或除零則保持原狀不變。

我們知道其中的對“除零”的解釋是不準確的，更有趣的是書中載有一個錯誤的弧矢方法用在算出弓形面積。這個方式是：

$$\text{面積 } A = \frac{1}{2} (\text{弦 } c + \text{矢 } h) h$$

劉徽的《九章算術》已經載入這個方式。摩訶毗羅在算出四邊形的面積也採用婆羅門笈多的方法，沒有限於四角都在同一圓環上的四邊形。

公元 10 至 15 世紀時期的最著名印度數學家是巴斯卡拉 *Bhāskara*（1114—約 1185 年），又尊稱 *Bhāskarācārya*。他的著述涉及天文學、算術、代數等。他的最普及著作是他的一部 *Līlavati*（《麗羅娃祇》，又譯《巴斯卡拉文集》）。麗羅娃祇是他愛女的芳名。可惜她的生辰註定她不能出嫁。巴斯卡拉精通占星術。他算出一個唯一的日期和時刻可以讓她結婚。他便安排選擇這個良辰吉日讓愛女舉行婚禮。為著避免耽誤時辰他把一個有小孔的杯子浮在水上，讓

水注入杯中，水滿杯下沉的時候就是女兒出堂舉行婚禮的時間。據說，麗羅娃祇在觀看著杯子的時候，她所帶的一粒小珠墜落杯子的小孔中，剛剛塞著這個小孔，麗羅娃祇等了好久而杯子沒有下沉。因此她誤了佳期，以後不能結婚了。為著不要使愛女太寂寞，巴斯卡拉便寫了一部數學書讓她學習數學，並且以她的芳名為這部書命名。這部書所載的是比較淺易的數學，例如涉及數碼，整數和分數，利息，級數，計算面算，排列等，並提出圓周率中的一個粗率 $\pi = \frac{22}{7}$ ，和一個實用率 $\pi = \frac{3927}{1250}$ 。漢代中的劉徽也曾在《九章算術》中採用 $\pi = \frac{3927}{1250}$ 的相同數值。《麗羅娃祇》沒有詳述代數，但談及零的理論。其中犯了一點錯誤，即所載的 $\frac{0}{0} = 0$ 。

巴斯卡拉另外有一部著作。這是有關代數學的 *Bija Ganita*（《算術種源》），論及代數，負數，不盡根等。這是一部重要印度代數學典籍。

印度數學的特色包括數碼和零的符號，十進制，代數，三角函數等。印度數碼在公元 9 世紀傳入阿拉伯回教國家，經過阿拉伯的演變，又傳入歐洲，從而形成現今流行世界的數碼。零的符號亦是首創於印度。起初所用的符號是一點，稱為 bindu。後來纔演變為現代所用的圓形符號，稱為 sūnya。公元 718 至 726 年間瞿曇悉達編纂《大唐開元占經》載述 bindu 的零符號。現在所知的最早以圓形符號代表 sūnya 是同時在公元 683 年出現在柬埔寨和蘇門答臘，雖然不是印度本土但可以說是印度文化區。sūnya 的意義是“空虛”，較早時已載在印度的文獻，但至今尚未在印度發

現較公元 7 世紀更早的圓形代表零的符號。科學史家把文字與符號分為兩回事，但大致上公認柬埔寨和蘇門答臘的符號都是傳自印度。

印度的代數並沒有採用現代代數的符數。代表第一個未知數 x ，印度數學家使用一個 $yā$ 字，這是 $yāvattavat$ （即同樣數目的意義）的略字。代表第二個未知數 y ，他們用一個 ka 字，這是 $kālaka$ （黑色）的略字，第三未知數 z 則用一個 $nī$ 字，是 $nīlaka$ （藍色）的簡體。常數 c 則用一個 $tū$ 字，是 $rūpa$ 的略寫。開平方則用 v 或 va ，來自 $varga$ 這個字。例如，公元 10 世紀數學家斯黎達羅 Sridhata 所引下列的二次方程式

$$\begin{array}{cccccc} ya & v & 18 & ya & 0 & ru & 0 \\ ya & v & 16 & ya & 9 & ru & 18 \end{array}$$

即 $18x^2 = 16x^2 + 9x = 18$

可以簡化為 $2x^2 - 9x = 18$

斯黎達羅寫作

$$\begin{array}{cccccc} ya & v & 2 & ya & 9 & ru & 0 \\ ya & v & 0 & ya & 0 & ru & 18 \end{array}$$

負數是用一個點，點在數目字上。

印度數學另在三角函數上作出很大的貢獻。古希臘用來表示三角幾何學的角度是弦與直徑的比例。直徑的長度是 120

單位，例如 $\sphericalangle ABC$ 的角度是用 $\frac{AC}{2BC}$ ，即 $\frac{AC}{120}$ 來表示，如

圖 9-1。這也是托勒密所採用的方法。印度數學家所用的是半弦，而半徑 120 單位的圓。

$\frac{1}{2} \sphericalangle ABC = \frac{DC}{120}$ ， $\sphericalangle ABC$

$= 2 \sin \angle DBC$ 。見圖 9-2。 $\frac{DC}{BC}$ 即三角函數的正弦，印度數學家稱 $jyā$ 或 $jīva$ ，是半弦的意義。

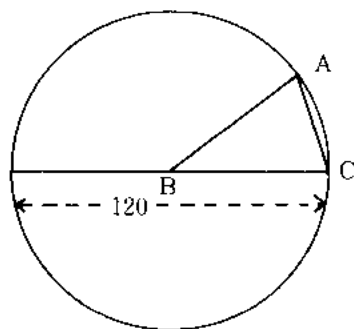


圖 9-1

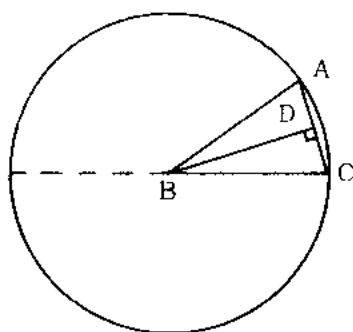


圖 9-2

後來阿拉伯的譯者將這個名詞譯為 $jība$ 和 $jaib$ 。繼後歐洲學者把阿拉伯文的 $jība$ 和 $jaib$ 譯成拉丁文字 \sinus 。這是

現代名詞 *sine* 的來源。在印度三角函數中，跟著正弦的不是餘弦和正切，而是正矢。早在《蘇利亞曆數書》中已經提及這個函數。〔註，正矢英文稱 *versed-sine*； $\text{versin}\theta = 1 - \cos\theta$ 。聖使稱餘弦為 *kotijyā*，但用途沒有普及。印度人似沒有沒有使用正矢函數。編制正矢函數表要歸功公元 9 世紀的阿拉伯學者 *Habash al-Hasib*。〕

印度的數學對歐洲有很大的影響。可是雖然一早就隨著佛教經典傳入中國，但沒有像在歐洲這樣被接受。而且文化的互相交流也把中國的傳統數學帶入印度，在印度的算書出現了不少和中國的算書所載的類似問題。這是一個值得進一步研究的話題。印度的天文學則對歐洲沒有多大影響力，但是公元 8 世紀初葉，印度的《九執曆》由《大唐開元占經》傳入中國。雖然並未被官方正式頒行，但後來經中國傳至高麗，曾被採用一時。所謂九執 *Navagraha* 是日、月、五行星，加上兩個假想而看不到的天體計都 *ketu* 和羅喉 *rahu*。至今中國的占星術上還出現兩個稱為計都和羅喉的凶星。

印度的古代文獻不載年代，往往要靠所載天象來推算。所以斷代是印度史家的一個難題。最早的吠陀時期也就是以所載星宿的位置推定的。當時的零星載述提及一年分 13 個月和春、熱、雨、秋、寒、冬 6 季，亦有分一年為冬、夏、雨 3 季。所提及的曆日制度有多種，並不一致。印度天文劃分 27 宿，稱為 *nakshatra*（納沙特拉），意義是月球所經的站。以前有些人認為中國的 28 宿源出印度的納沙特拉，這是還沒有同樣熟知兩件事情所作的比較，不成定論。

印度的傳統天文觀念許多是載在佛經裡。佛經所載的傳統宇宙論以須彌山為天地的正中央，日、月、五星環繞著須彌山而不入地下，日繞行一周為一晝夜。公元前 4 世紀亞歷山大侵入印度，希臘天文學知識接踵傳入，印度天文學開始

蓬勃發達。前述的《曆數書》都受到希臘天文學的影響。上文已經介紹印度天文學家的貢獻。最後要提到的天文學家是公元 18 世紀初期的印度土邦主賈伊·辛格二世 Maharaja Jai Singh II (1686—1743 年)。他曾學習歐洲、回教國家、和印度的天文學，後來在德里和其他四個地方建立天文臺，設有許多巨型天文儀器，用灰石和金屬製成。他又雇人翻譯歐幾里得的《幾何原本》和托勒密的《天文學大成》為梵文。他派遣印度天文學者往歐洲求深造，並邀請歐洲的天文學家到印度工作。他重視實踐，對回教國家使用的星盤 *astrolabe* 尤其注意。他深受公元 15 世紀在撒馬爾罕建立一座大型天文台的帖木兒孫子烏魯伯格 Ulugh Beg (1394—1449 年) 的影響而建立他的天文台，撒馬爾罕有《烏魯伯格天文表》，於是公元 1728 年出現他的 *Zij Muhammad shāhi* 天文表。

前文提及龍樹與鍊金術。不少化學知識曾經由印度輸入中國。例如在西漢張騫談及由身毒輸入的中國物產，以後隨著佛教的傳統，印度的製糖術也傳到中國。琉璃的製法在公元 5 世紀間傳到中國。中國的史籍載述許多精通鍊金術的僧人，例如玄奘《大唐西域記》所載的龍猛菩薩、和《晉書》所載的佛圖澄，《舊唐書》所記述的那羅邇婆等。《道藏》也提及婆羅門支法林並載有類似梵文的一句鍊金術用的咒語，可見一斑。

前文又提及中、印兩國之間的科技交流是一個重要而有趣的話題，可惜研究這個問題需要解決最少兩種困難。最大的困難是印度方面的資料問題。由於缺乏比較適合的作記錄文具，許多印度古籍經已失佚，而且印度古籍作成年代的考據比中國的更複雜。研究中印文化交流的學者，理想上最好的是懂得中文和印度文，尤其是梵文。從事研究這類問題的

學者，不應該持有成見，把單方面的成就作為傳統的目標，忽略對方的成就。

第十章 阿拉伯回教國家的科技成就

回教鼻祖穆罕默德（約 570—632 年）去世後不久，阿拉伯族人就征服整個阿拉伯、敘利亞、波斯和埃及，經由非洲北岸雄師西指，跨越地中海，公元 711 年進兵西班牙，直至公元 732 年佔領法國南部始被阻擋。當時是倭馬亞王朝 Umayyad Caliphate（661—749 年）。公元 750 年和 756 年，先後被東、西兩個哈里發代替。阿拔斯朝（756—1148 年）的首府在伊拉克的巴格達城。以遊牧為主的阿拉伯人在伊斯蘭教創立以前在科技和醫藥方面是沒有留下引起我們注意的成就。由於對外征伐和中國、印度等通商，阿拉伯人重視醫藥。他們從各處吸收醫藥知識。在這方面穆罕默德也提及從中國獲取知識。倭馬亞王朝對希臘的醫藥深感興趣。除了雇用希臘醫生還把一些希臘醫典翻譯為阿拉伯文。後來，在東哈里發時期，景教徒的希臘醫生的高超醫術獲得統治者的信心，這個王朝有意把希臘醫學傳播在整個阿拉伯回教世界內。大約公元 800 年，哈里發訶倫 Caliph Harun al Rashid（在位 786—809 年）下詔著名景教徒學者馬薩華（Yuhanan ibn Masawiah，英譯 John Mesue）（780—857 年）翻譯希臘醫籍成阿拉伯文。這些譯本博得良好反應，下一任的哈里發，馬孟 al-Mamun（在位 813—833

年）遣人往君士坦丁堡（公元330年拜占庭所改稱）大量搜集希臘典籍，包括醫學和自然哲學的著述。此外，他也派使去印度蒐收印度的典籍。830年，他在巴格達城設立一所“智慧院”，附有圖書館、編譯局和氣象台等。許多有成就的學者在巴格達城工作，不少是景教徒。最著名的翻譯者是景教徒胡內恩 Hunain ibn Ishaq（809—877年）。他和他的助手在五十年之間幾乎把全部的希臘文和拉丁文醫籍翻譯為阿拉伯文，並且也翻譯了一些希臘數學和天文學著作。此外另有其他學者把印度的數學著述和波斯的鍊金術秘笈翻譯為阿拉伯文。巴格達城就代替了容狄沙波成為西方國家的學術中心。當時巴格達城已成為西方最繁榮的都市，中國、印度、埃及、土耳其、和其他各地來的商賈雲集。阿拉伯商人取海路來往廣州、泉州和揚州等地，因而從各處吸收科技知識，例如在唐貞元11年（即795年）巴格達城和大馬士革相繼設立中國方式造紙作坊，從希臘文化傳來的有醫學、幾何學、天文學等，由印度傳來的有印度的數字、代數學、三角函數等，所以巴格達城一時成為西方國家科學知識的總匯。阿拉伯國家的學者也在科學上有很多貢獻。

由於阿拉伯回教國家在鼎盛時期的領土極廣，東至波斯西至西班牙，把它分為東西兩段來敘述是較為方便。東阿拉伯回教國家在初期和中期（即公元7世紀至12世紀間）是比西阿拉伯回教國家扮演一個更重要的角色，把從世界各處所獲的科學知識吸收和加上自己的貢獻。西阿拉伯回教國家，即西班牙哈里發王朝，又稱後倭馬亞王朝，建都科爾多瓦。西哈里發在公元10、11世紀，把阿拉伯回教國家所得的科學知識傳回歐洲引發歐洲的文藝和科學復興。演扮上述的雙重角色是回教國家在科學史上的大貢獻。

阿拉伯人很重視天文學，因為這是和他們的日常生活有

關，例如，每天祈禱要向著聖地麥加，齋戒時節要依月亮的出現，一般人士對占星術的愛戴等。早在倭馬亞王朝（即中國史書所載之白衣大食）的首都大馬士革已設立了一座天文臺，公元 829 年哈里發·馬孟在巴格達城建立一座更美好的天文臺。著名天文學家法干尼 al-Farghani（拉丁名 Alfraganus）（？—850 年）所著述的《天文學基礎》簡略介紹托勒密的學說。公元 12 世紀這部書被翻譯為拉丁文，對歐洲的天文學甦醒有很大的作用。回教國家最偉大的天文學家該是巴塔尼 al-Battani（拉丁名 Albategnius）（877—929 年）。他細心審閱托勒密的記錄而算出較準確的黃赤交角和歲差的數值。他發現了太陽遠地點的進動。他編製日、月運行表，並曾經創製新型渾天儀。巴塔尼也是一位數學家，他把正弦和正切引進三角幾何。蘇菲 al-Sufi（903—986 年）依據自己的觀察繪出很精美的星圖，顯示不同光度的星。現在通用的許多星名都是出自他的圖，例如，Altair（牛郎星），Aldebaran（畢宿 5），和 Deneb（天津 4），都是從這圖而來的。阿布·瓦法 Abul Wafa（約 940—998 年）曾寫過一部和托勒密的《天文學大成》同名的書，被有些人誤認為托勒密原著的翻譯本。他曾測定黃赤交角和分至點，有人說他曾發現月球二均差，但亦有人說這是應該歸功第谷。

公元 10 世紀，突尼斯一帶成立法提瑪王朝 Fatimides（909—1171 年）（中國史書稱為綠衣大食），旋遷都開羅，在開羅成立一個天文中心。伊本·尤努斯 ibn Yunus（950—1009 年）是這個王朝的最著名天文學家。他編寫一部載有天文數據和計算的理論與方法的《哈基姆天文表》（*Hakemite Tables*）。書中數據在西方國家沿用二百餘年。

西班牙哈里發王朝的最早天文學家是查爾卡利 al-

Zarkali(又稱 Arzache) (1029--1087 年)。他發明一種稱為 Safiha 儀器,這是從阿拉伯人特有儀器星盤 (astrolabe) 所改良的,他編制《托萊多天文表》(Toledo Tables),在托勒密的系統作了些修正,以一個橢圓形的均輪代替水星的本輪。人們已開始對托勒密的系統懷疑了。比特魯吉 al-Betrugi(又稱 Alpetruius) (?-1200 年)也開始反對這個系統,但沒有主張一個新系統。後來,信奉天主教的西班牙國王阿爾方斯十世 Alfonso X(又稱 el Sabio)(在位 1252-1280 年),在 1252 年召集許多阿拉伯和猶太天文學者,編寫一部《阿爾方斯天文表》(Alfonso Tables)。有人認為這是《托萊多天文表》的新版。這是阿拉伯回教國傳統的最後貢獻。

在數學方面最傑出的阿拉伯學者要推馬孟統治時期在巴格達城圖書館工作的波斯學者阿爾·花刺子模 al-Khwarizmi(又稱 Alkarismi)(約 780-850 年)。他寫過一部《代數》的著述,原名 al-Kitāb al-mukhtasar fihisab al-jabr wa'l-muqābalaḥ。英文“algebra”的名詞是來自他所用的“al-jabr”這個字,有“復原”的意義。書中最有一次方程和二次方程式的問題,但還沒有採用現代的符號和公式。假如使用現代的符號和公式,其中的問題有下列三種:即

$$x^2 + 10x = 39$$

$$x^2 + 21 = 10x$$

$$3x + 4 = x^2$$

這三種的問題常在以後阿拉伯數學家著述中再出現。阿爾·花刺子模另有一部《算學》面世,可惜書的原名已不可考,

所有的僅是拉丁譯本的書名。他使用印度的數字，但是他的書把印度數字傳遍歐洲，後世誤認我們現在所用的數字是源自阿拉伯，把印度的起源地忽略了。歐洲學者在翻譯他的著作時創出一個“Algorithm”的新字是來自他的一個拉丁化名字“Algorism”，字的意義是阿爾·花刺子模的計算方法，可見一時歐洲學者對他重視。

塔比·伊本·庫拉 Thābit ibn Qura (826—901 年) 翻譯歐幾里得、阿基米德、托勒密等的著作，並有自己的著述，可惜除了一些有代數的殘卷，他的著述都已失佚。在尚存的殘卷可以看到他曾用幾何方法來解析三次方程式題，類型是

$$x^3 + qx = r$$

q 和 r 是常數； x 是未知數。他找兩個邊長 a 和 b 的立方，假如 $ab = q/3$ ， $a^3 - b^3 = r$ ，那麼 $a - b = x$ 。

奧瑪爾·海牙姆 Omar Khayyam (約 1048—1123 年) 是著名詩人、天文學家和數學家。1079 年他修訂波斯的古曆，但不久他的新曆就被回曆取代。他用幾何方法解答幾種三次方程式和一項四次方程式。後者的類型是

$$(100 - x^2)(10 - x)^2 = 8100$$

他是從 $(10 - x)y = 90$ 和 $x^2 + y^2 = 100$ 兩曲線的交點尋得答案。以外，不少天文學家也在數學上有所建樹，例如阿布·瓦法作三角函數的切線表和餘切表，並對某種三次和四次方程式有所研究；巴塔尼如上文所述曾把正弦和正切引進三角幾何學。

“化學”是譯自英文的“chemistry”這個名詞。Chemistry 來自鍊金術的 alchemy，而 alchemy 是源自阿拉伯文的 al-kimia。可見阿拉伯回教國家在早期化學的研究上該有相當的成就。傳說穆罕默德本人和他女婿阿利 Caliph Ali 都有鍊金術知識，但比較普遍接受的是在倭馬亞王朝（661—750 年）初期，許多希臘文的鍊金術著述，已由一位聘自亞歷山大城的基督教僧侶翻譯為阿拉伯文。阿拉伯的鍊金術是受到來自西方的希臘文化傳統和來自東方的中國傳統的影響。近來有一說是阿拉伯文的 al-kimia 是源出中文的“金”字或“金液”這個名詞。同時阿拉伯的鍊金術也受到不少來自古埃及和美索不達米亞的影響。例如，“鉛”的阿拉伯文“abaru”是源出於亞述文。阿拉伯人也在戰場上蒙受化學武器的威力，公元 670 年他們攻君士坦丁堡的時候，守軍以一種使用石油的“希臘火”（Greek Fire）反抗把他們擊退。後來在公元 1258 年蒙古軍攻陷巴格達城，阿拉伯人記載攻城軍使用一種“火瓶”，可能是指“震天雷”這種火器。所以阿拉伯人對鍊金術的興趣，並非是偶然的一件事情。

哲伯 Jabir ibn Hayyan（拉丁名 Geber）（約 721—約 817 年）是公元 8、9 世紀時期的最著名阿拉伯鍊金術家。他的父親是一個藥劑師。當時阿拉伯國家盛行尋找“哲人石”（philosopher stone），相信這種化學物質能夠轉變頑石為黃金，並且能使人長生不老。在此以前西方國家鍊金術的目的僅限於製造黃金。長生不老的觀念似是來自中國的鍊丹術。阿拉伯人稱這種鍊金藥為 al-iksir，這是英文 elixir 的來源。鍊金藥不祇是能使人長生不老，而且是能醫治百病，是一種萬應良藥。所以在鍊金術的過程中，阿拉伯的術士也給醫學引進許多醫藥用的化合物。哲伯採用水銀和硫

黃作為鍊金的原料。他認為水銀是最完美的礦物，含最少的屬於土元的雜質，而硫黃具有像黃金的顏色。他認為礦物都是由不同份量的水銀和硫黃所組成，假如能夠找出適當的分量，就可以成功製造黃金了。有一樣東西能夠促成這個變化，這就是所講的鍊金藥。鍊金藥的形狀，他們相信是像乾燥的粉末。

哲伯認為鍊金術是一種作實驗的研究，他提出許多改良的實驗方法，例如有關蒸餾、蒸發、昇發、過濾、溶化、結晶等過程，並能製造多種化學物質，例如硫酸、王水、硝酸、氧化汞、硝酸銀等。不少現代所用的化學英文名詞都是源出於哲伯的著述，例如，alcohol, alkali, antimony, borax, camphor, realgar, sal-ammoniac 等。

在哲伯一百年後出現一位鍊金術士和在這時代具有很大影響力的醫家。他就是波斯人阿爾·拉茲 Zakariya al-Rāzī (866—925 年) (後來歐洲的人士稱他為累塞斯 Rhazes)。他著有不下一百卷的醫書，十一卷有關數學和天文學的書，十餘卷的鍊金術書，三十三卷與自然科學有關的著述，和四十五卷和哲學、邏輯和宗教有關的論著。在他一部鍊金術書中，他把一切物質分為礦物、植物和動物類。阿爾·拉茲很相信鍊金術是可以成功。他認為首先要將鍊金術所用的原料，個別採用不同的方法除去一切雜質。潔淨的原料放置在一塊加熱的金屬板上就會融化為液體，而且融化時不會冒出煙。然後把這些液體狀的原料以恰比例份量配合，凝結後便成鍊金藥。用少量的鍊金藥就可以將大量的頑鐵變為黃金。這個方法就是鍊金術所講的金屬的嬗變。阿爾·拉茲是阿拉伯國家最早的醫學著述者。他的《醫學大成》(Kitāb al-hawī) 後來翻譯為拉丁文，譯名 *Liber continens*，是歐洲在中世紀時期的一部最具權威的醫典。書中

載述天花和麻疹，而對兒科方面更有突出的貢獻。所以他有“兒科之父”之稱。

阿爾·拉茲對醫學的重視成為後來阿拉伯學者的趨勢，當然他們的統治者對醫學的興趣也是一個大因素。阿拉伯回教國家的最著名醫術家是阿維森納 Avicenna (980—1037 年)，原稱伊本·辛納 Abu Ali al-Husain ibn Abdallah ibn Sina，簡稱 ibn Sina。阿維森納是後來歐洲國家所用的拉丁文翻譯名字。他又是一位突出的科學家。所以後來在歐洲獲得“回教徒的亞里士多德”的美譽。他的鉅著《醫典》(Canon)載有理論和豐富臨床記述，而且像一部醫術的百科全書，並具有系統性。這部書影響歐洲的醫學教育六百多年，公元 17 世紀法國的兩間醫學院還採用它為課本。直到現在它在回教國家還具有些權威性。當時阿維森納是與希臘的希波克拉第、羅馬蓋倫齊名，可稱為西方古典醫學的三座里程碑。阿維森納也對鍊金術有很深的認識，雖然他所重視的是醫學。他說鍊金術士所能製造的絕對不會是真金。術士們只能成功把其他的礦物在表面上加上一層像黃金的顏色，但是不能改變這些礦物的本質。

與阿維森納同時的有一位在物理學上獲得更大成就的醫學家。他就是“回教徒之阿基米德”海塔姆 Abu Ali al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haitham (約 965—1039 年)，後來的拉丁文是阿爾哈曾 Alhazen。他在光學上有特殊的貢獻，用實驗方法研究光的散布、顏色、視覺反射、反射角和投射角的關係等。他反對歐幾里得所說光是發自眼睛，像動物的觸手一樣，從眼睛伸延到所見的物體，但是他並沒有提出新解釋。現在眼科所用的某些英文名詞都是採自海塔姆，例如 aqueous humour (眼球的水狀液)，vitreous humour (眼球的晶狀體)，cornea (角膜)，retina (網

膜)等都是出自他的用語。他也研究屈光,不同意托勒密的七張光線從一介體進入另一介體,反射角和投射角的比例,在同兩個介體的場合,是永恒不變的,但是他沒有提出新理論。他是首先提及針孔投像的西方學者,講及日半蝕時光線透過窗葉的細孔投半月形的影子在牆上。

西哈里發也輩出名醫,卡塞姆 Abul-Qasim ibn Abbas al Zahrawi (936—1013 年),拉丁名阿爾布卡西斯 Abulcasis, 是一名御醫,有阿拉伯回教國家的最傑出外科醫學家的美譽,所撰寫的《方法》(Altasrif)這部書,是一部內外兩科的百科全書,後來曾經五次翻譯成拉丁文,對歐洲有悠久的影響,從中世紀直到公元 17 世紀。

公元 12 世紀下半葉,整個回教世界受到宗教理論家加利利 al-Ghazzālī (1058—1111 年)(拉丁名 Algazel)之經院哲學的影響,一切學問務必符合宗教信仰和教條。從此阿拉伯的科學作家便失去以往的思想自由,從這個時期開始,關於科學的著作遂告銳減。無獨有偶,猶太教亦出現了一位經院哲學權威。他是繼加利利後塵的西班牙猶太人邁蒙禰德斯 Maimonides (1135—1204 年),原名邁蒙 Abu Imran Musa ibn Maimun,又被稱為當代的摩西。他是身兼醫生、數學家、天文學家、哲學家、宗教教師等職。他仿倣天主教的阿奎那和回教的加利利創制一套猶太教的經院哲學,並企圖以希臘的哲學,尤其是亞里士多德的學說,和猶太教的教義融合。他的學說在中世紀時期的歐洲有相當的影響力。他是極力反對占星術,說它是一種迷信。

邁蒙的老師拉希德 Ibn Rushid (1126—1198 年),就沒有他這樣幸運。拉希德的父親是一位名法官,他生長在西哈里發首府科爾多瓦,在當地學哲學、醫學和法律,後來曾任法官,當時亞里士多德受到經院哲學權威加利利的評擊。

拉希德發表許多言論，不僅替亞里士多德辯護，而且試圖以亞里士多德的哲學建立一個新醫學系統。他遭遇各宗教，首先是回教繼後是天主教的反擊，判他是一名大異教徒並且是宗教的公敵。西班牙國王下令燒毀他的著述，並判他有罪入獄。判他下獄的國王一兩年後便駕薨，新國王釋放他並恢復他的原職，但不久他在 1198 年去世。他的言論在中世紀時期對歐洲的哲學思想留下深刻的影響。例如，他論說世界是永遠存在而並沒有末日，雖然他相信世界是神所創造，但是他提出創造不是限於一次的動作而是一連串不斷的動作並且依著形勢而改變。

公元 11 世紀，回教國家鼎盛時期已逝。在西班牙人反攻之下，西哈里發退守西班牙南部。公元 13 世紀下半葉，西班牙人克服科爾多瓦，蒙古大軍侵入東哈里發，龐大的阿拉伯回教世界便告瓦解，它們對科學發展的貢獻也告一段落了。

第十一章 阿拉伯科學知識的西傳與歐洲的中世紀

公元 11 世紀初，阿拉伯國家的科學知識開始滲入西歐。當時歐洲在兩個主要地區和阿拉伯文化接觸，一處是西班牙，另一處是義大利南部和西西里島。公元 10 世紀末，羅馬教皇西爾威斯特二世 Sylvester II，還未登位時，曾經記述當時所採用的算盤，和使人翻譯一部有關星盤的阿拉伯文著述。上有好之者，下必有甚焉。可能因此就引發歐洲人士對阿拉伯學問的興趣。回教在西班牙的據點是科爾多瓦城，這是西哈里發的首府。公元 1085 年，托萊多 Toledo 被西班牙人所克復。托萊多便成為歐洲與回教國家文化接觸的主要城市。義大利南部在公元 6 世紀早已建立下一個希臘醫學的傳統。公元 8 世紀，回教軍佔據義大利的南部和西西里島。公元 11 世紀，義大利人纔能光復失地。回教人曾在義大利南部的沙來諾（Salerno）設立一所醫學院，於是希臘和回教國家兩個醫學傳統就在此相匯。在公元 12 世紀以前，歐洲人和回教人在其他地方，往往是在沙場上兵刃相見。這樣的接觸，從文化交流上看，是沒有很大的價值。

公元 12 世紀，阿拉伯文的著述逐漸被翻譯成拉丁文。這是當時歐洲的主要語文。開始的時候，這類的翻譯是一件

很困難的事情，因為阿拉伯文和歐洲各國的語文差別很大，尤其在文法上，而且歐洲各國的語文中找不到和阿拉伯文相當的術語。因此，許多阿拉伯的科學名詞，就流入歐洲的術語中。例如，數學名詞中的 *sine*, *zero*, *algebra*, *cipher*, *root* 等；天文學名詞中的 *azimuth*, *nadir*, *theodolite*, *zenith*, 和恒星名中的 *Aldebaran*, *Betelgeuse*, *Vega* 等；植物學名詞中的 *Coffee*, *jasmine*, *articoke* 等；音樂名詞中的 *lute*, *guitar* 等，都是源出阿拉伯文。

早期的翻譯工作，大部分是在西班牙進行。這個時期，西班牙的回教學府，也錄取歐洲的天主教學生在內進修阿拉伯語文以及科學課程。其中有一位是來自英國巴茲市的學生雅特拉 *Adelard of Bath* (約 1090—1150 年)。他翻譯阿爾·花刺子模的《算學》成拉丁文，把印度的數字傳入歐洲。他又將阿拉伯文譯本的歐幾里得著述翻成拉丁文，從他的翻譯歐洲的人士纔開始知道歐幾里得的幾何學。還有一位來自英國的翻譯家是赤斯特市的羅伯特 *Robert of Chester* (1110—約 1160 年)。他曾經翻譯一部鍊金術書和一部回教的《可蘭經》以外，還把阿爾·花刺子模的《代數》翻成拉丁文，如此代數便經由他的翻譯而傳入西歐了。西班牙的學者們也大量翻譯阿拉伯文的著述，例如亞里士多德的《物理》和其他著述，巴塔尼、法干尼、阿爾·花刺子模等的著作。其中最具盛名的翻譯家是傑拉爾德 *Gerard of Cremona* (1114—1187 年)。他在托萊多跟隨阿拉伯人老師學習阿拉伯文多年，後來翻譯九十二部阿拉伯文著述為拉丁文，包括阿納森納的醫典，和阿基米德、歐幾里得、蓋倫、希波革拉第、法干尼、海塔姆等的著述。他自己寫過一部有關 *algorithm* (即，阿爾·花刺子模的算法)，現存英國牛津的一個圖書館。

在產量上，南義大利所出的翻譯則比較少。最主要的拉丁文翻譯是阿爾·拉茲的《醫學大成》。這部醫典在歐洲中世紀具有鉅大的影響力。值得注意的是托勒密《天文學大成》的翻譯。當時一切的希臘原著，都是從阿拉伯文譯本再譯為拉丁文。托勒密《天文學大成》的翻譯是採用原來的希臘文本。

翻譯家中出現了一位問題人物。他是來自蘇格蘭的邁克爾 Michael the Scot (約 1175—約 1235 年)。邁克爾曾在西班牙和南義大利住過一段時期。他從阿拉伯文翻成拉丁文的著述計有亞里士多德的生物學著作，比特魯吉的天文著作，和拉希德的一些言論。歐洲人士從他的翻譯纔首次發現亞里士多德在生物學的成就和有人對托勒密的天文系統持有異見。上章說及拉希德被各宗教所抨擊，被套上一個大異教徒的惡名。邁克爾的翻譯，使歐洲的人士能夠閱讀拉希德的作品，當然不會受到天主教和回教的歡迎。邁克爾又撰寫一部占星術的書，是一部重要的拉丁文占星術著述。他的名字被當時的人和巫術拉在一起。現代的人認為巫術有些接近魔法，可是中世紀的歐洲人士把巫術列為與魔鬼有關的邪術，並迫害一切被控與巫術有關的人物。邁克爾托庇於弗雷德里克二世 Frederick II (1194—1250 年)。這位義大利的君主和羅馬教皇不睦，曾被逐出天主教。他是那不勒斯 (Naples) 大學的贊助人，聘任許多猶太學者負責翻譯阿拉伯文的醫典成拉丁文。猶太人是以精諳醫學而著名，但有人說因為當時的教皇不喜歡猶太人，弗雷德里克這樣做是故意想使他生氣。難怪邁克爾在弗雷德里克庇護下，在當時的社會環境中，就越來越成為一個有問題的人物了。

歐洲的科學基礎，是建立在雅特拉、羅伯特、傑拉爾德、邁克爾等的拉丁譯文。後來有人發現其中一些所謂拉丁

譯本是找不出所說的阿拉伯文原文，這些所謂譯本就被看爲僞著。本世紀的 50 年代，著名科學史家查理斯·辛格（Charles Singer）的夫人多羅西亞·辛格（Dorothea Singer）曾遍覽歐洲各處所藏拉丁文譯本，試圖分辨真僞。

公元 13 世紀是歐洲的大學和修士會建立的時代。雖然修士會本來屬於宗教史，超出科技史的領域，但是有兩個修士會和歐洲的大學有密切的關係，而且有些修士和當時的科學發展有關。一個是亞西西的弗朗西斯 Francis of Assisi（1182—1226 年）在公元 1209 年所創的方濟會，一個是公元 1215 年多米尼克 Dominic（1170—1221 年）所設立的道明會，俗稱黑衣兄弟會，歐洲早期的許多大學都是這兩個修士會所創立的，例如法國的巴黎大學和英國的牛津、劍橋兩個大學。大部份的大學教師都是修士會裡的修士，所收學生人數也遠較以前的一般學府爲高。當時大學的課程僅限於所謂七個學藝。開始的時候只有文法、修辭、邏輯這三科（trivium）。唸過這三科，也不必經過考試就拿到學士（bachelor）學位了。畢業生才是平均十二歲，還不能當教師，必得回大學進修，多唸七個學藝中的其餘四科（quadrivium），即幾何、算術、音樂、天文，然後獲得碩士（Master）學位。在大學中講授幾何、算術和天文就使科學較以前普及了。

可是公元 13 世紀，也是經院哲學（scholasticism）誕生的時代。科學被視爲宗教的工具。科學工作是在蒐集以往的知識。作爲一個科學工作者的任務是在於以宗教信仰爲基礎來解釋自然界的一切現象，而不是向試圖找尋新知識和發現新關係方面著想。亞里士多德的一些著述也在大學中講授。神學家們認爲亞里士多德的宇宙思想可以適用在宗教的教義。假如在細節上有些差別，他們就說，這些誤解都是由

於亞里士多德不是一位教徒而沒有獲知靈魂的拯救所致。著名經院哲學家托馬斯·阿奎那（1227—1274年）曾說，人類可以存在三種領域，一切人類都存在自然世界的領域，但是天主教徒今生同時另在一個感受神恩的領域存在，而來生則存在有福的天國。無論是教徒或者是非教徒都一樣能夠獲知自然界的事情。亞里士多德已經獲悉這種知識的一切。教徒們都可以信賴這些知識，也不必再去追尋這類的知識了。何況他們更應該注意的是感受神恩和有福天國這兩個領域。在中世紀歐洲人士的心目中，自然界是短暫性而會滅亡的，所以不是一個值得專心研究的課題。

這不是說公元13世紀的歐洲人士從來沒有人對自然現象感到興趣。在極少數留意自然現象的人中，有一位是阿奎那的老師，亞伯特·馬格魯 Albertus Magnus（約1193或1206—1280年）。他曾在教會組織內任高層職位，也在法國和德國的大學講學。他的哲學和神學的著述在歐洲名馳一時。他的科學知識也甚為廣博。他尊重亞里士多德，但沒有認為亞里士多德是沒有犯錯誤，而不相信亞里士多德能代表一切的知識。他認為僅引述古代的知識是不夠的，而必須用自己的眼睛和頭腦來觀察和思想。他對占星術很感興趣。他也懂得阿拉伯人的鍊金術著述。他相信頑鐵可以鍊為黃金，但是他說大部分的鍊金術士都沒有成功製造真金，他們所做到的僅是把金或者銀的顏色染在別的物质表面上罷了。他親自作些試驗，把鍊成的“金”放在火裡燒，不久就成粉形。他寫述鍊金術的儀器和過程，涉及一些常用的化學物質。他是首次在鍊金術或化學中使用一個 *affinitas* 的名詞。英文是 *affinity*，在18和19世紀是指兩種能夠產生化學作用的物質的互相關係。他在歐洲中世紀的科學普及有很大的貢獻。

方濟會的修士中，也有幾位曾在科學上有些貢獻。值得提及的有一位名為羅伯特的林肯主教 Robert Grosseteste（約 1175—1253 年）。他極力提倡研究希臘文和猶太文。他對光學感到興趣。他讀過拉丁文譯本的海塔姆著述。他對反光鏡和透光鏡有相當的認識，並且曾做過一些實驗。他有一位傑出的門徒，在科技史方面來說，這是青出於藍的一個好例子。這位門徒也是一名方濟會的修士。他是公元 13 世紀歐洲最具盛名的科學家，羅傑·培根（Roger Bacon, 1214—1294 年）。

培根早年在牛津唸大學，獲得碩士學位，後來往巴黎深造，爾後在巴黎大學講學。他受到教他希臘文老師，羅伯特的影響，進方濟會為修士。在巴黎的時期培根跟一位名師比托魯斯·比列格里魯斯 Petrus Peregrinus 學天文、化學、數學和實驗科學。公元 1250 年至 1257 年，培根在牛津大學講學。他不滿意當時的大學制度，於是提出改革的建議。他要把更多科學課程引進大學。方濟會的當權者說他標新立異，而且輕信占星術和鍊金術。培根就遭被往巴黎受監禁。公元 1268 年他被釋放，從巴黎返回牛津。有人說這是由於羅馬教皇替他出面。他在牛津繼續講學大約十年，可是他的言論再度使他被監禁十四年，地點可能也是在巴黎。公元 1292 年他纔恢復自由回到牛津。兩年後他就去世了。

培根不是一位實驗科學家，也不是一位數學家。但是他知道物理學的發展要靠實驗和數學。他展望許多將來的科技成果，例如，飛行，使用炸藥，環遊世界，機械推動力的使用等。他在光學上有特殊的成就。他觀察平面和凹凸面透鏡的折光，和劃出經過一個雙凸透鏡的光線。有人說他是最早考慮使用透鏡做眼鏡的人。他也猜想過是否可以用透鏡做一種儀器使人能夠看見很遠的小字。有人便說培根是望遠鏡的

發明者。其實他從來沒有成功製造過這樣的儀器。

在鍊金術方面，培根接受從阿拉伯鍊金術家傳來的硫黃和水銀理論，相信從實驗可以製造黃金。他對鍊金術作詳細的闡述，而對實驗化學的前途有先見之明。他把鍊金術過程分為推想和動作兩部分。推想是涉及四元論和各種金屬、礦石、鹽類等。亞里士多德和一般的歐洲作家都忽略了這個過程。動作方面是用實驗製造勝於自然的東西，例如製造黃金。他比帕拉塞爾蘇斯 Paracelsus (1493-1541 年) 更早講及鍊金術可以應用在製造藥物。有人提及培根的火藥配方是出現在歐洲的最早配方。其實，書寫這個方子所用文字的很隱晦的。

對科學有貢獻的公元 13 世紀的人們並不限於修士們。西班牙皇帝阿方索十世 Alfonso X (1221-1284 年) 所聘的學者們曾編著一部《阿方索星表》和一部記載從阿拉伯著述所得的天文資料。牛津大學畢業的約翰·荷里活 John Holywood (?-1250 年) 曾經寫過一部有關天文學的課本和一部通俗性的數學書。雖然對天文和數學知識沒有新貢獻，前者被譯成多種歐洲語言，而後者也被普遍採用為課本，把印度的數字（歐洲常稱阿拉伯數字）介紹給歐洲的人士。

公元 13 世紀的最著名歐洲數學家要推比薩城的萊奧納爾多 Leonardo of Pisa，又稱斐波那契 Fibonacci (約 1170-1245 年)。公元 12 世紀末年，他以商人的身份到過西亞細亞地區，學得阿拉伯人所用的記數方法。公元 1202 年他發表一部《算經》(*Liber Abaci*)。這是第一部歐洲人士的著述採用阿拉伯人的記數方法。上文說及雅特拉在 12 世紀上半葉已經把印度的數字傳入歐洲，但是還要等待斐波那契的《算經》印度的數字和記數法纔獲得歐洲人士的

普遍接受，但是他們沒有注意到這些知識的真正來源，誤認為源自阿拉伯。斐波那契本身是一位傑出的數學家。數學有一個斐波那契數列 **Fibonacci numbers**

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ……。

斐波那契的數學盛名傳到義大利君主弗雷德里克二世的耳中。公元 1225 年御駕經比薩城，這位君主特許這個城市召見斐波那契，目的是考驗後者的造詣。他召開一個數學比賽大會，召集其他數學家參與。他出了三個題目，讓他們解答，結果是只有斐波那契能解答這三個問題，其他的參與者連一題都不能解答，這三題是：

1. 今有一數字，這個數字的平方加五或減五都是平方。問數字。

斐波那契算出答案，這數字是 $\frac{41}{12}$ 。

2. 求 $x^4 + 2x^2 + 10x = 20$ 的 x 數值。

斐波那契用幾何方法來處理這個算題，證明不可能找出一個完全準確的數值。同時算出一個近值

$$x = 1.3688081075$$

3. A, B, C 三人合有錢 u 。他們各有錢的比率是 3:2:1。A 從自己所有的錢拿出錢 x ，保存一半，其餘一半交給第四者 D。B 從自己所有的錢拿出錢 y ，保存三分之二，把其餘交給 D。C 拿了全部剩餘的錢，自己留下其中六分之五，把其餘交給 D。A, B, C 三人交給 D 的錢都是相等。問 x, y, z 和 u 。

斐波那契證明這個數題關涉到不定方程式，有無數的答案。他舉出其中一個答案，即 $x = 33; y = 13; z = 1; u$

= 47。

中世紀的義大利在醫學教育上有特殊的貢獻。公元 12 世紀波隆那 Bologna 設立一所醫學院，發揚沙來諾的醫學傳統。不久波隆那和蒙貝列 Montpellier 也設立大學，在公元 13 世紀下半葉和 14 世紀上半葉這兩所大學在醫學上有很大的成就。歐洲的外科手術再度在波隆那出現。在這所大學任教的其中有來自沙來諾的羅茲 Roger of Salerno（公元約 1220 年活躍）和他的繼承者，來自巴馬的羅蘭 Roland of Parma（約 1250 年活躍）。他們把存在南義大利的舊醫學傳統和阿拉伯的新醫學傳統連繫在一起。公元 14 世紀初，蒙迪諾 Mondino da Luzzi（1276--1328 年）在波隆那創立一個解剖學傳統。他所著的一部《解剖學》是中世紀後期這個科目最具權威性的書。蒙貝列的醫學院是創立在公元 13 世紀末年。教師當中有一位是值得注意的人物。他是來自波隆那附近一個市鎮的阿諾德 Arnold of Villanova（約 1240—約 1311 年）。他寫過幾部醫書和幾部鍊金術書。他從酒提煉出酒精，作為醫藥用。有人說他曾替教皇龐尼菲斯八世 Boniface VIII（1294—1303 年在位）製造黃金。

提到鍊金術就引出另外一位有關人物。他就是雷蒙 Raymond Lully（1235—1315 年）。他曾抨擊用鍊金術所製的偽黃金，同時也有不少鍊金術書說是他的著述。這些書所講的是製造黃金的方法。也有傳說，他曾在倫敦替英國國王愛德華二世 Edward II 製造黃金，可是所傳的年代是有問題，說的是公元 1332 年，這是他死後六、七年的事情了！

中世紀常有類似上述難以考証的問題，尤其是關於早期化學的著述。其中有一部是以前歐洲人士在火藥發明的問題上常引的書。這是一部馬克 Marcus Graecus 在大約公元

1300年所著的《火經》（*Liber ignium*）。書中載有一個配火藥方。這部書說是從阿拉伯文翻過來的，可是至今阿拉伯的原文還沒有出現過，我們對作者也不清楚，僅能猜想他是一個希臘人，但連這最後一點也有不少意見。關於火藥方，上文已提及培根。公元1267年所著的《第三部書》（*Opus Tertium*）載有一個隱晦的火藥方。雖然沒有說出來源，火藥和早期用火藥的火器，該是從中國經由阿拉伯國家而傳至西歐。火藥和火器帶來一個新秩序。步兵可以用火器擊斃馬上的武士；已經再沒有一個不能攻破的城堡。歐洲諸國在政治和經濟上的互相競爭促使火器的改良和製造。這是後來歐洲人士，從公元1400至約1900年間稱雄世界的一個大因素。

話歸正題，再談鍊金術。公元13世紀，鍊金術的主要工作就是製造黃金。這些當然都是假金，和現在的偽做鈔票是屬於同樣的問題，引起社會經濟混亂。公元1317年，教皇約翰二十二世 John XXII 下令禁止鍊金術。從此鍊金術就跟著占星術被禁了。可是歐洲還有人秘密中進行這類的研究。

公元13世期的結束也代表經院哲學的衰落。培根早已提出對阿奎那的經院哲學的不滿。從敦斯·史葛德斯 Duns Scotus（約1265—1308年）時開始已經發動一個反對把科學和宗教相談並論的潮流。公元14世紀威廉士 William of Occam（？—1347年）說一切宗教的教條都不能用理智來解釋，又說天主教的一切教條都是不合理智。他相信真理是有兩面的，一面是以信仰來接受宗教的教條，另一面是以智慧來評估哲學（包括科學）。他以異端的罪名被禁在法國的亞威農 Avignon。也有一位天主教中具有相當權力的人物反對經院哲學。他是曾任紅衣主教的尼古拉 Nicholas of

Cusa (1401—1464 年)。他認為人類的一切知識都是猜估的，僅有神具有一切知識，人類知道神的存在是憑玄妙的直覺。雖然這是他對知識的解釋，尼古拉是以實驗証實空氣是有重量的第一位科學家。雖然他沒有提出一個理論，他認為地球是移動而宇宙是無限的。

公元 14 世紀在科技史上沒有重大的建樹，值得一提的也許就是馬可波羅 Marco Polo (1254—1324 年) 的訪華旅行。科技沒有進展是有兩個因素。英國和法國之間進入所謂“百年戰爭”兩方消耗大量人力和財力。鼠疫蔓延歐洲，估計因黑死病而死亡的約佔歐洲的三分之一至一半總人口。歐洲人的興趣漸從阿拉伯文轉往希臘文，希臘文的古典文學開始盛行，這是文藝復興的先聲。公元 15 世紀的上半葉也保持這個局面，在科技史上沒有突出的表現。十五世紀下半葉是歐洲人航海發現新陸的時期，公元 1492 年，哥倫布發現新大陸。一件重要的事情發生在公元 15 世紀中葉。葛登堡 Johann Gutenberg (約 1397—1468 年) 在歐洲第一次採用活字版印刷。印刷是普及教育和科技知識的最佳方法。從科技史的觀點，公元 15 世紀的中葉，亦即是活字版引進歐洲和經院哲學被推翻的時期，可以看作為從中世紀轉向文藝復興的科學復興時代。

第十二章 歐洲文藝復興時期的科學發展

科學在文藝復興初期並非一門獨立的科目，也在這個時代沒有稱為科學家的專業。從事科學的人們，都是古典文化學者、醫生、魔術家等人物。公元 14 和 15 世紀，黑死病蔓延歐洲、梅毒和斑疹傷寒症等傳染疾病接踵而來，遍滿歐洲至 15 世紀末年。當時的醫生很少依賴他們的解剖學或生理學知識，但是由於病者眾多，大行其道的醫生頗不乏人。有些富裕的醫生有空閒時間，選擇科學研究作為業餘活動。還有一門應運而生的職業，這就是占星術。雖然占星術是被教廷所禁，在一個常有戰爭和疾病的時期，一個聰明的占星術士的預言是不難實現的。

所謂天文家的波伊爾巴赫 Georg von Peurbach (1423—1469 年) 同時是一位古典文化學者。他在維也納講授天文學和拉丁文學。他細心閱讀一部阿拉伯文的托勒密《天文學大成》的註釋，發現一些疑問，想去義大利找希臘原文引證，可惜他在途中逝世。和他同行的是他的一位弟子約翰·米勒 Johann Müller (1436—1476 年)。米勒亦稱雷喬蒙塔努斯 Regiomontanus，他也是一位天文學家兼古典文化學者。他學希臘文來翻譯《天文學大成》和阿波羅尼奧斯 Apollonius of Perga (公元前約 262—190 年) 的《圓錐曲線》。他寫過一部最早的有系統的有關三角幾何的著述，

並計算出一個相隔一分角的正弦表和一個相隔一度角的正切表。他是首先再發現狄奧芬圖 Diophantus 的代數的歐洲學者，雖然狄奧芬圖的代數早已被阿拉伯人迎頭趕上了。他所製的行星表被當時的占星術士廣泛採用，後來哥倫布也使用這些星表。米勒首先是在維也納大學講學，後來遷移往紐倫堡 Nuremberg，設立一個印刷廠和一個天文台。最後他升任雷根斯堡 Ratisbon 主教。教皇西克斯圖斯四世 Sixtus IV 聽到他在科學上的成就，詔他到羅馬修訂當時的儒略曆。他在去羅馬途中不幸被暗殺。西歐還要等待到公元 16 世紀纔有一個比較準確的曆法。

波伊爾巴赫和米勒試圖回到希臘原文找尋正確和新的知識。結果是白費工夫。學者們感覺到應該從一個新方向去尋求新答案。

剛才提及的是古典文學家，其中一位也是天主教的主教。畫家們對科學的發展也有很大的貢獻。例如，被譽稱為文藝復興時代全才 Renaissance man 的達文西 Leonardo da Vinci (1452—1519 年) 把他的藝術天才發揮在解剖學上，詳細描寫人體肌肉的動作姿態。他的筆記提及數學和生理學，他能分別單彎曲和雙彎曲的曲線，也曾研究數種多邊形。他留意血在人體的循環；在光學上他提出一個透視法的理論；在物理學方面他提及斜面、平面，和計出金字塔形重心的方法，他知道透過小孔所投射的形象，空氣的阻力，摩擦所引起的作用，和微絲管的功能。他曾製造一個飛行機械的模型，並提出直昇機和降落傘的可能性，他也描寫鳥類飛行動作的姿態。

杜勒 Albrecht Dürer (1471—1528 年) 是一位畫家兼數學家 and 生物學家。他將數學引進繪畫技術，用透射法來引起深度的感覺。他對人體解剖學具有興趣，也曾觀察生理和

植物的生長。在物理學方面，他曾做過一些光學和聲學的實驗。

文藝復興時期的一位特殊人物是帕拉塞爾蘇斯 Paracelsus (1493—1541 年)。他是這個時代的很具盛名同時也很難了解的人物。對他都認識的一些人他留下一個極佳的印象。他是最初把化學系統化的人；他是一個神秘主義者同時也是一個自然哲學家。有些看過他的著述說可以從裡面學到許多新知識，但也有些不喜歡他的讀者說他的著述用的是晦澀文字對科學毫無價值，而且更有人批評他是迷信。連他的名字也是一個小謎。他年輕時的名字好像是 Bombast von Hohenheim。第一個字可以譯為“大砲”。這是否一個渾名就不得而知了。他最後被稱的名字是 Aurealis Philippus Theophrastus Bombastus von Hohenheim。他自稱帕拉塞爾蘇斯。“帕拉”即“賽”的意義，塞爾蘇斯是公元前一世紀的著名羅馬醫學著述作家。他要表示他比塞爾蘇斯還強。這可以顯出帕拉塞爾蘇斯的個性。他具有一些美德，但並不包括謙虛這兩個字。他的身世也是一個謎，沒有人能確實他的父親是誰。他是在瑞士長大，好像是受過歐洲的傳統教育。有人說他從他的父親學過鍊金術。他也曾學醫，但從來沒有人知道他在甚麼地方學的。他曾在礦坑和冶金工廠工作，對鍊金術有更多的認識。他後來當軍醫，到過歐洲很多地方，遇到各種的人物，例如，醫生、鍊金術士、占星術士等。所以他廣集了從來沒有人獲得這麼多的多類知識。他的著述甚多，可是他所用的晦澀詞語常令人難解。他在瑞士的巴塞爾大學講授醫學。公元 1527 年 6 月 24 日，在舉行慶祝聖約翰節的前夕，他用學生所舉行的火，當眾燒掉蓋倫和伊本·辛納的醫學著述，以表示他有自己的一套醫術。他被革除教職，當他在職的時候，他博得學生們的友善，但在他的

同事中他則到處樹敵。可見他是一個捉摸不定的人物。

帕拉塞爾蘇斯醫術高明。他寫了一部有關礦坑工作礦工的疾病，評及水銀屬和砷屬的藥物。歐洲的傳統藥物來源是植物界，即希臘的傳統藥物，在帕拉塞爾蘇斯以前，雖然在某程度上曾採用化學製品，但多是限於外用。一個例外是酒精。公元 14 世紀，歐洲人以酒精作藥用。有一位醫生說，每天早晨飲半匙白蘭地酒的人不會生病，又說白蘭地酒能使垂死的人復活。公元 16 世紀初，水銀被用來醫治梅毒，外用兼內服。因為水銀是有毒，所以引起許多不良的後果，醫學界受到警告，避免使用水銀。可是帕塞爾蘇斯則提倡使用此物，說道劇烈的疾病應該以劇烈的藥物來醫治。他還使用銻作藥物。從他開始歐洲的醫學界中有不少人採用化學成品作為藥物了。帕拉塞爾蘇斯在醫學的最大貢獻是把化學和醫學結合在一起。雖然他相信鍊金術能夠製造黃金，他說道：許多人談及鍊金術，認為這是製造黃金和白銀的學問，可是我個人的看法是它的主要目的應該是為著醫學。因此他被後世譽為化學治療的鼻祖。

上文提及帕拉塞爾蘇斯具有高明的醫術。可是使現代的人們覺得莫明其妙的是他同時也相信人的健康和天象有關。有些時候他採用藥物以外的祕方來醫治疾病。他的時代的醫學往往含有一些超自然法則的玄學成份。在病情預斷上有占星術，在醫療上則有巫術。例如，所使用的有頭蓋骨粉和磁石粉。帕拉塞爾蘇斯和許多同時代的大夫們都使用綠寶石。帕拉塞爾蘇斯解釋說，綠寶石是綠色而透明的寶石，有助於眼睛和記憶力，還可以保護貞操，佩帶的人被犯，寶石就失了完美。寫到這裡使我聯想到《本草》所載述的膽礬和守宮。

巫術在文藝復興時代很流行。巫術和自然哲學的關係有

如占星術和天文學之間的關係。巫術比占星術或鍊金術較憑經驗而乏理論。巫術所根據的是物類的相感和相惡，磁力的吸引，視力的錯覺等。公元 16 世紀的時期，巫術和實驗科學是很難分別的。還要等待能夠解釋原因和結果，例如，以反光和折光理論解釋虹的各樣顏色，自然巫術始失了重要性，淪為現代所謂魔法。

文藝復興時代的最著名一部巫術著述是波爾塔 del la Porta 在公元 1558 年出版的《自然巫術》。除卻一些利用靈活的腦筋和手法來使視覺發生錯感的幻術，波爾塔也用不少科學的原理，例如放大鏡，小孔所產生的倒影等。他還批評該時的一些錯誤的巫術知識，例如大蒜的氣味能夠影響磁力。一位德國的作家，阿格里帕·馮內特斯海姆 Agrippa von Nettesheim (1486—1535 年) 也有一部有關巫術的著述。

和帕拉塞爾蘇斯同時代的是一位比他使用更明白易懂文詞的作家阿格里科拉 Georgius Agricola (1494—1555 年)。他是一位德國的醫生、科學家、兼作家。阿格里科拉也是相信自然巫術。而且他還以為大蒜對磁石吸引力的影響。他早年在一個礦業市鎮行醫，對冶金術產生興趣。公元 1556 年，他死後纔出版的一部《金屬學》(De re metallica)，載述當時的一切冶金術知識，和礦工所患的特殊疾病，並附有許多精美的插圖。後世美譽他為冶金術之父，而前美國總統胡佛 Herbert Hoover 稱譽他為科學實驗方法的創始人。

帕拉塞爾蘇斯逝世後，醫學界分為兩個對立的派別，一個使用化學成品為藥物，一個遵守蓋倫的學說，用的是來自植物界的藥物。有些屬於前一類的大夫越來越冒險，嘗試多種化學藥物，在他們的走運的病者身上，用上各種的化學藥

品，例如用硃砂醫治癲癇症，用硫酸鋅處理眼疾，用水銀治寄生蟲等。反對這樣濫用化學藥物的人是一位以前當過醫生的化學家里波 Andreas Ribau（約 1540—1616 年）。公元 1595 年他出版他的一部《化學》（*Alchymia*）的著述，多年被採用為標準的化學課本。書中談及鹽酸的製造法和以硝酸、鹽酸混合而成的王水 *aqua regia*。雖然他是反對濫用化學藥物，他同意帕拉塞爾蘇斯對鍊金術的主要目的應該是為著製造藥物的主張。他也相信鍊金術可以製成黃金。講到這個時期，我們已經看到鍊金術這個名詞有時是指化學。可是英文還未有“chemistry”這個字，*alchymia* 就同時指化學和鍊金術了。

文藝復興時代最偉大的藥物化學家要推比利時的海耳蒙特 Johann Baptista van Helmont（1580—1644 年）。同時他也是一位唸過哲學、數學、科學的大夫。他推翻了蓋倫的醫藥傳統，可是他並不肯從帕拉塞爾蘇斯。在傾向自然巫術和反對蓋倫來說，他和後者有些相似，但從個人的性格來說，他是十分謙虛而在研究工作中很有耐心。他是研究氣體的先驅者，發現有兩種氣體，一種幫助燃燒，另一種不能。他所講的不能幫助燃燒的氣體是來自燒炭或啤酒和葡萄酒的發酵，即現在的二氧化碳。他是首先採用“gas”這個名詞的人，他又講到物質經過化學變化後繼續存在，好像已知道後來的物質守恒律。

有一位著名德國化學家格勞貝爾 Johann Rudolph Glauber（1604—1668 年）曾使用硫酸和食鹽製造鹽酸，所得的殘渣是硫酸鈉，現在還稱為格勞貝爾鹽。他發現這些殘渣是一種良好的通便劑，就大量產生這藥，稱它為“神效鹽”（*sal mirabile*）。他售賣此藥，說能除百病，功效和鍊金術的萬靈藥相差不遠。他便成為一個富裕的商人。

雖然我們所談的是藥物化學，許多藥物仍然是來自植物界。醫生們都要對本地和外地的藥用植物有所鑑別。公元 16 世紀，印刷已經普及歐洲，出現了不少藥用植物圖鑑，讓醫生們鑑別各種植物。植物學也隨著藥物學而發展。圖的發展促使說明者注意更多細節，逐漸導至植物分類。有一位德國植物學家富克斯 Leonard Fuchs (1501 - 1566 年) 出版一部附有精美插圖的藥用植物用冊，建立了一個繪畫植物圖的傳統。倒掛金鐘屬的學名 *Fuchsias* 是以紀念他對植物學的貢獻。

歐洲在古代希臘時代已經在各處種植藥用植物，在公元 14 世紀義大利的維也納和沙萊諾也有這樣的藥用植物園。公元 16 世紀中葉，有些歐洲的大學把植物學列入課程，使植物學成為一個獨立的學科。最初設立這項新學科的是義大利比薩、帕多瓦等大學。不久法國、比利時和德國的大學也相繼設立此學科。許多大學都附設植物園。植物學的興趣使到歐洲人士發現不少從來植物學家沒有注意到的植物，他們需要通用的植物名，因為往往同一植物有幾個不同的名。鮑欣 Gaspard Bauhin (1560 - 1624 年) 在公元 1623 年編寫一部植物的異名考，同時使用一個雙名分類系統。公元 17 世紀，植物形態學也隨著分類學而誕生了。

人體解剖學在文藝復興時代也有相當的發展。這個時代的最顯著解剖學家是維薩里 Andreas Vesalius (1514 - 1564 年)。文藝復興時代以前，人體解剖被禁止，由於未能觀察實體，學醫的人們只靠閱讀醫典，其中大部份是蓋倫的著述。自從公元 13 世紀，弗雷德里克二世允許醫學院解剖屍體以來，許多大學相繼採用這種教學方式，引起不少對蓋倫的疑問。始創這個教學方法的人是蒙迪諾，他在波隆那講課的時候親自當學生面前動手施解剖術，一面作講解。後

來的老師們就找助手代勞。他們只講書，助手則用手指著他講及屍體的器官。現在歐洲系統的大學還有一個“demonstrator”等於助手的職位。這個字來自拉丁文的“demonstro”（我指著）。“Lecturer”（講師）則來自拉丁文的“lego”（我宣讀）；公元13世紀的醫學院老師們不是作演講，而是在學生面前宣讀蓋倫的醫典，在還沒有印刷術的時期，學生們的主要課題是作筆錄。言歸正傳，維薩里早年在巴黎和盧凡 Louvain 兩所大學唸醫科，成績優秀，畢業後去巴黎大學任教。他對蓋倫的言論有所不滿，引起上司的反感。他離開巴黎往帕多瓦大學任教授職，立刻引進許多改革。首先他取消聘任助手的制度，要親手向學生示範。

在他二十八歲的年齡，他完成了他的一部不朽著述《人體結構》，奠下現代生物學的基石。此後他沒有其他的重要著作。從腦殼開始，這部書詳述人體的骨骼和骨節。維薩里不僅把人的腦殼分類而且還作一個和狗以及其他獸類的頭骨的比較。這部書還載有優美和準確的圖，充份顯示肌肉收縮和鬆弛的狀態。維薩里對生理學也感興趣。他認為動脈沒有靜脈那麼重要，靜脈有轉運的功能，把滋養運到身體各部，同時把廢棄物從身體各部帶走。蓋倫說的是左右心房之間存有目不能見的小孔讓一小部份在右心房的血液滴入左心房。經過細心的觀察，維薩里否定心房之間存有小孔。他代表文藝復興時代開始對古代傳統不滿的生物學者，這是歐洲在公元17世紀生物學發展的開端。

文藝復興時代最顯著的生物學貢獻，可以說是血液循環的研究。維薩里的一位同學塞爾維特 Michael Ser vetus（1511—1553年）講及血液在肺和心臟之間的循環流通，可是還要等待至公元17世紀始有一個完整的血液循環原理。這個原理歸功於哈維 William Harvey（1578—1657年）。哈

維在劍橋大學唸醫科，屬凱斯學院 Gonville and Caius College。本世紀的 60 年代該學院建立新研究生宿舍，命名 Harvey Court，以紀念這位傑出的校友。畢業後，哈維往歐陸求深造，大部份時間在義大利的帕多瓦大學，他返回英國，公元 1602 年他在倫敦懸壺濟世，名盛一時，例如培根 Francis Bacon (1561-1626 年) 也找他看病。他曾在皇家 (即御准) 內科醫學院 Royal College of Physicians 講學，又曾任御醫。御醫的任務包括檢驗被控的嫌疑女巫，是否身體有異於常人的特徵。被他檢驗的人都是很幸運，他們都是沒有異常的特徵而全部被宣告無罪釋放，否則就要身罹火刑了。哈維在生理學上的偉大貢獻是他在公元 1625 年出版的《動物心血運動的研究》。書中載述他的血液循環原理。因為他是英國皇帝查理一世的親信，在內戰的期間他在倫敦的家宅被人燒毀，他的手稿也變為灰燼。公元 1648 年，內戰結束後，哈維在倫敦退休隱居，公元 1651 年，他出版一部《論動物的生殖》，可是在學術影響力來說，沒有達到他較早一部鉅著的水準。他的血液循環原理可以看為從古典生理學步進現代生理學的一個轉捩點。

談到生理學就把我們扯到公元 17 世紀了，我們還要回到文藝復興初期試觀數學的發展。公元 16 世紀是現代數學的開始時代。我們在代數學上採用的許多符號，是歸功於一位法國數學家維埃特 François Viète (1540-1603 年)。本來維埃特是學法科，是一位政治家，也不承認自己是一個數學家。沒有人知道他不承認自己是數學家的原因。當時數學家的身價很低。例如，在同一所義大利大學任職醫科教授的月俸，比數學教授的高約三百倍。也許維埃特不願意別人把他的業餘興趣誤認為他的本行吧。其實他不愧稱譽為公元 16 世紀中最偉大的一位數學家。除卻引進代數符號，他

又把代數使用在三角幾何術上，使得三角幾何的問題可以使用代數來解答。他想出一個尋求 π 的方式，即

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \dots}$$

此外，他對方程論也有研究。

公元 16 世紀以編寫數學課本而名滿歐洲的一位數學家是生在德國的克拉維斯 Christopher Clavius (1537—1612 年)。他是一位耶穌會的教士，晚年住在羅馬。上文提及教皇西斯圖斯四世沒有成功修訂儒略曆。公元 1582 年，克拉維斯受命於教皇格雷高里十三世，編訂現在世界公用的格雷高里曆。他在中國的數學史上佔有一個特殊的地位。他是利瑪竇的數學老師。利瑪竇的《幾何原本》是依據他的原著。他就是利瑪竇所稱的丁先生。

另外一位德國數學家賴斯 Adam Riese (約 1489—1559 年) 是以把數學應用在商業上稱著，他擅於計算，當時有一句形容擅長算術詞語“nach Adam Riese”到現在還在德國通用。他寫過四部算術書，都是屬於商業性質。雖然他對數學本身沒有多大的貢獻，可是他的著述使得歐洲的人士以筆算取替西式的算盤。

上文提及的是三位法國和德國的數學家。其實，在公元 16 世紀，義大利纔是數學家的最活躍的場所。公元 15 世紀末期，歐幾里得的《幾何原本》已經有活字版本，阿波羅尼奧斯的《圓錐曲線》也後來在公元 1537 年出版了。歐幾里得的幾何和圓錐曲線的研究已經達到飽和點而很難有重大的發展了。當時最具潛力的數學領域，是在方程學理論。當

時歐洲的人士早已會處理二次方程式，但是三次方程式是他們沒有把握應付的難題。希臘數學家狄奧芬圖和一些阿拉伯數學家曾經試圖解答一些涉及三次方程式的算題，斐波那契也曾替弗雷德里克二世解答一個三次方程式題。但是他們所用的不是尋求因數就是採用繁瑣的幾何方法求二圓錐曲線的相交點。他們也不知道中國宋末數學家在高次方程式的成就。

杜魯克 D.J.Struik 在他的《數學簡史》(A Concise History of Mathematics) 說：“公元 19 世紀以前的代數學史也可以總稱為方程式論述史”，可見方程式論在代數學上的重要性。公元 16 世紀是三次方程式在歐洲最惹人注目的時期，尤其是在義大利。當時有一位數學家史基比奧 Scipio del Ferro (又稱 Ferreus)，從阿拉伯人陀比 Thabit ibn Qurra 的著作中獲得一個解答 $x^3 + bx = c$ 的一類三次方程式的通用方法，後來將這個秘法傳給他一個門徒菲歐利 Antonio Maria Fiore (又稱 Florido)。文藝復興時代歐洲的數學界有一個互相挑戰的風氣，比賽數學解題的本領。比賽方式由兩方選出一位公證人，每人向公證人交出一筆同量的金錢，由他保管，比賽開始時由雙方各出自己能解算的算題若干條，在指定時間內能夠解答最多算題者為勝，贏得全部公證人所保管的款項。所以身為數學家的歐洲人士，隨時要準備接受挑戰，必須保留一兩手秘法。當時有一位名叫方丹那 Nicolo Fontana (約 1506 - 1557 年) (又稱達達期利亞 Tartaglia，即口吃者) 宣稱他有處理屬於 $x^3 + ax^2 = c$ 一類三次方程式的通用解法。菲歐利認為沒有此可能，他就向方丹那挑戰，約他參與一個數學比賽，條件是每人出題三十條，期限訂為三十天。方丹那接受菲歐利的挑戰，同時猜出後者的出題是屬於 $x^3 + bx = c$ 一類

的方程式。他在比賽日之前已經創出一個應付這類算題的通用解法。果然不出所料，菲歐利的三十個題目全部被他猜對了。在兩個小時內他將全部符合的答案提出，而他所出的屬於 $x^3 + ax^2 = c$ 一類的三十算題，對方一題都不能解答。他獲勝後還寫了一首詩以誌此盛會，成為美談。

方丹那童年的時候家鄉被敵軍佔領，他的面部蒙受割傷，影響他的說話器官。後來他成為一位著名數學教師。公元 16 世紀，歐洲已開始使用火炮。方丹那是首先把數學應用在火炮上的數學家。他計算火炮的射程。拋物線的距離、高度等算題都是和他有關。他的著述很豐富，公元 1606 年收集成一部文集，在威尼斯出版。這部書載述一個有趣的算題：

載有 15 個基督教人和 15 個土耳其人乘客的一艘船遇到暴風浪。船長宣佈半數乘客必須捨生跳入水中以免全船沈沒。乘客列成圓形，從一指定方位起算，每算到第九的人就要跳入海中。問如何安排纔能使跳下海的人都是土耳其乘客。

這個題目反映在日本的《塵劫記》。船長變為繼母，基督教徒變為她的親生子，土耳其人就為元配的兒子。

方那丹和菲歐利的比賽結果很也就傳遍歐洲。一位義大利的大數學家卡丹諾 *Jeromo Cardano* (1501—1576 年) 對這個消息感到很大的興趣。他寫信向方丹那道賀，同時又向他索取他的秘法，說他正在撰寫一部數學鉅著，希望登載方丹那在方程學上的成就。方丹那拒絕這個要求。可是卡丹諾並沒有灰心。他再寫信給方丹那，說某貴族人士仰慕他的大名，約他在米蘭市某教堂相聚。方丹那欣然赴約。到時所講的貴人沒有出現，所遇到的僅是卡丹諾本人。卡丹諾善於辭令，而方丹那因為口吃，言語不流利。他就失掉了抵抗了把

秘法告知卡丹諾。事前卡丹諾曾發誓替他保密，不再傳給第三者。可是六年後，卡丹諾將這秘法傳授他的女婿費那里 Ludovico Ferrari (1522—1565 年)。而且也把這個方法引入他在公元 1545 年出版的鉅作《數學大典》(*Ars Magna*)，並說這是他自己創造的方法。直至現在這個方法尚稱為卡丹諾法則。方丹那大怒，說卡丹諾欺騙他和違背誓言。卡丹諾反說方丹那給他的僅是答案而非解答方法。另一說法是卡丹諾說他無須再替方丹那保密，因為後來他發覺方丹那的方法是和史基比奧的方法相同。卡丹諾的答覆使方丹那更怒。他就立刻約卡丹諾在數學比賽下一分高低。卡丹諾接受這個挑戰。日期、地點、公證人，一切已經安排好了。比賽的開始，卡丹諾沒有出現，赴約的人是他的快婿費那里，而且有人說還有一群惡徒搗亂比賽，方丹那還得逃命。方丹那說這些流氓是卡丹諾唆使的，但卡丹諾否認其事。雙方都揚言自己獲得勝利。

第十三章 文藝復興與近代科學的開端

上章提及的卡丹諾是生在義大利的巴維亞市。父親法司奧·卡丹諾 Fazio Cardano 是米蘭市的一個律師，母親齊阿那·密車里 Chiara Micheri 是一個沒有知識同時性情暴躁的寡婦。卡丹諾是他們之間的私生子，他童年時期是多病而且常遭受虐待。他的父親鼓勵他唸文學、數學和占星學。公元 1520 年，他在巴維亞大學唸醫科，後來轉入帕多瓦大學。公元 1526 年，他獲醫學博士學位，接著就在帕多瓦附近的一個小鎮懸壺濟世，在這裡執業的六年間可算是他畢生最幸福的一段時期。他年青時患的陽萎症在這段時期獲得治愈，而且在 1531 年結了婚，生了兩男一女。公元 1534 年兼任米蘭大學的數學教授，同時在米蘭行醫。他在兩方面都很成功，博得盛名，但惹起同業的嫉妒。1536 他寫了一部書，針對這些同業者。後來他成為米蘭市的最著名大夫，而在整個歐洲他的排名僅次於維薩里。公元 1543 年，他任巴維亞大學醫學教授，主講力學原理。公元 1552 年他曾被邀往蘇格蘭醫治大主教漢密爾頓 John Hamilton 的氣喘病。據說執教期間他對本身的操行毫不自檢，將時間分配在講課、賭博和淫放行為上，姦詐用毒，無所不為，而且又以占星術獲得盛名，被譽為全歐洲最著名的占星術士。公元 1560 年，他的長子以毒殺妻子罪被判死刑，他的次子又因

使毒而激怒他，一怒之下親手提刀把親兒兩耳割掉。他的行為引起公憤，在這一年他停止在巴維亞大學執教。公元1562年，他在波隆那大學任教授職，但是不久該大學受到輿論的壓力被迫禁止卡丹諾講課。卡丹諾便把他的時間多花在占星術上。他佈發耶穌的流年命運書，說耶穌的一生都是受天象的支配。公元1570年，他以污瀆聖名罪入獄，1571年期滿獲釋，但被波隆那大學革除教授職。據說當時的羅馬教皇和他有交情，給他一個機會在教廷任職。這成為他的致命傷，因為他繼續發揮自己的占星術天才，並且宣佈已經算出自己離開這個世間的日期，那是1576年9月21日。果然他就在這一天與世長辭了。有人說該天到臨的時候卡丹諾自行了斷以保存歐洲首席占星術士的聲譽。

卡丹諾在數學上的最大貢獻是他的《數學大典》。這是一部劃時代的鉅著。書中載有解答三次方程式題的所謂卡丹諾法則。上章提及卡丹那的秘法。這個秘法是用在解答以下三種屬於同一類的三次方程式：

$$x^3 + ax^2 = c$$

$$x^3 - ax^2 = c$$

$$x^3 - ax^2 = -c$$

卡丹諾的方法是將這些公式轉變為 $x^3 + bx = c$ 之一類，即史基比奧所解答的一類。難怪他可以反駁方丹那說他的方法和史基比奧的是同出一轍。他的《數學大典》也載述費那里的一個 $x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$ 的四次方程公式。他用交換法將這個公式改為一項 $y^3 + 15y^2 + 36y = 450$ 的三次方程公式。卡丹諾的賭博嗜好引起他對概率理論的研究，在遊戲理論上也有一定的貢獻。

在科技上，現在應用在機械工程的萬向聯軸英文稱為“Cardan joint”，汽車內部的中間軸英文稱為“Cardan shaft”，都是懷念著他的發明。在地質學方面，卡丹諾是最早提出雨水積為小川流入河中，河水再流入大海，海水受陽光蒸發化為雨雲再成雨，這個川流不息的大自然循環。他說山嶽的形成是受流水腐蝕的影響，又指出從山中發現海族的化石可以證明有段時期這些陸地是沈在海底下。在他的時期，歐洲仍採用希臘的四元說。他把四元減為三元，把火取消，又把四元所產生的四種基性，熱、乾、冷、濕減為兩種基性，熱和濕，但它的影響力不大，四元說仍然在歐洲流行著。

英國的數學家要在公元 16 世紀纔開始活躍，晚於義大利、法國、德國等，例如，哈里奧特 Thomas Harriot (1560—1621 年) 是現代代數學始創者之一。現在所用的 $>$ (多於) 和 $<$ (少於) 符號都是他創製的。他的方程理論，關涉一個方程式中的根數和根與係數的關係。他使用子音字母代表所知數，用母音字母代表未知數。他也是一位天文學家，曾觀察日蝕和木星的衛星。另外一位英國數學家，納皮爾 John Napier (1550—1614 年) 是對數的發明人。利用對數表可以簡化計算的過程，把乘、除簡化為加、減，把計算方根、立方根、高次根等簡化為除數的計算等。納皮爾始初是把對數應用在三角函數上。他曾發明一種原始計算機。這是歐洲數學界所稱的 Napier's rod，又稱 Napier's bones，後來傳到中國的時候被稱為算籌，對中國的學者留下一些影響。這就是李汝珍 (1763?—1830? 年) 的《鏡花緣》裡提到的算籌。

公元 16 世紀中葉，歐洲的天文學發展把整個科學史帶進一個新領域。公元 1543 年，哥白尼 Nicholas Copernicus

nicus (1473—1543 年) 所出版的《天體運行論》(*De Revolutionibus*) 可以看為近代科學的開端。哥白尼生在波蘭，原名 Niklas Koppernigk。父親是克拉科夫 Cracow 的商人，國籍不明，可能是波蘭人也可能是德國人，母親是德籍。哥白尼十歲時喪父，由任主教的舅父扶養，決定了他將來要任神職，他進入克拉科夫大學，引發他對數學和天文學的興趣。後來他往波隆那、帕多瓦等大學深造，學習古典文學、數學、天文學、醫學、法學、哲學、神學等學科，在波隆那的時候常和天文學家有來往，尤其是數學和天文教授多明尼柯·諾瓦拉 Domenico di Novara (1454—1504 年)。此後哥白尼回到波蘭任教會職，同時他一面免費替窮人看病，一面作天文觀察。當時遠渡重洋的航海者都需要更精密的恒星表。這些精密觀察暴露了托勒密系統中的許多弱點。多明尼柯·諾瓦拉早已向這個系統表示不滿，哥白尼也深受他的影響。在波蘭時所作的天文觀察更使他反對托勒密的系統，要把一套“日中說”取代後者的“地中說”。哥白尼同時也很了解當時的社會情況。經院哲學派的勢力尚存在，教會接受亞里士多德和托勒密的學說，使得它和教條混在一起，反對它就被看為反對教條。所以他以極謹慎的態度來處理這項敏感問題。他一方面反覆觀察，把寫過的稿子改過又改，但害怕可能引起的後果不敢把它發表。後來因為不少朋友向他詢問他的新理論，他就以手抄本形式把一份《提綱》(*Commentariolus*) 寄出。這是公元約 1529 年的事情。這部小冊子在流行中沒有帶來不幸的事情。大約十年後，哥白尼把載述他的新思想的稿子交給芮迪卡斯 Rheticus (1514—1576 年) 看。芮迪卡斯在自己的一部書介紹稿子的內容。許多朋友勸哥白尼把他的稿子付梓。經過屢次的勸告他終於答應了，當時他是年老患病。他寫一篇序將這部

書獻給教皇保祿三世。公元 1543 年，《天體運行論》出版了。據說哥白尼在臨終時見到這部書。哥白尼的審慎態度也不能使這部書避免一場大風波。一開始他的新思想就受到新教的強硬反對，繼著天主教也作出響應，把他的這部著作，列為禁書。歐洲還要等候半個世紀，始能接納哥白尼的新學說。

哥白尼的學說以地球在地軸的自轉來解析晝夜的形成。地球和各行星都是繞著日球旋轉，地球繞日而行形成太陽的表面移動。載滿眾恒星的恒星球是宇宙的極限。他也提出彗星可能是一種行星的主張。由於當時的教會認為反對亞里士多德和托勒密的學說是等於違叛教條，歐洲的人士不敢接受哥白尼的理論。在少數相信哥白尼的理論的人中有一位名布魯諾 Giordano Bruno (1548—1600 年) 的修士。他遍歷歐洲提倡哥白尼的日中說。他終於被宗教裁判所判邪說罪，處燒死刑。布魯諾不僅相信日中說，他還認為眾恒星並非附著一個恒星球而是佈在無限的太空，每顆發光的星體都是一個世界。

有一位著名丹麥天文學家受到哥白尼地動說的影響，但同時他是一位虔誠而不敢違背教規的教徒。他苦心想出一個折衷理論，一方面容納哥白尼學說的優點，一方面把地球歸返宇宙的中心。為著要證實他的理論，他費了幾十年的歲月作出當時歐洲的最精密觀察。結果，在他死後，他的精密天文記錄所證實的不是他的折衷理論，而是哥白尼的地動日中說。這位天文學家就是第谷·布拉赫 Tycho Brahe (1546—1601 年)。第谷於公元 1546 年 12 月 14 日誕生在一個貴族家，他是由伯父撫養成人，七歲時學拉丁文，1559 年進哥本哈根大學，選讀許多和數學與天文學有關的科目，1560 年 8 月 21 日的日蝕在預測時刻出現更引起他對天文學的興

趣。他的伯父要把他培養成爲貴族的一員，不能讓他學些當時被認爲毫無價值的數學和天文學，所以逼他轉校，往萊比錫大學念法科，還派一位導師陪伴他，使他專心致志學法律，可是第谷陽奉陰違，日間照常上法科的課，但晚上當陪伴他的導師入睡的時候，他偷閱天文書籍，把儲蓄的錢都花費在購買天文書和儀器上。

公元 1563 年木星和土星會合。當時歐洲的人士認爲這是不祥之兆，會帶來大瘟疫。第谷測得這兩顆行星的會合時刻和所預測的時刻並不相符，他便立下決心製造更精密的天文儀器以觀測天象。他的伯父在公元 1564 年始發覺第谷的行動。1565 年第谷離開萊比錫回到哥本哈根，受盡親友的奚落，沒有一個人同情他的所爲，認爲他把寶貴的時間白費在學到一些毫無用處的數學和天文學。同年他的伯父逝世了，留下一些產業給他。從此以後再沒有人有能力阻止他學習天文了。他先後往訪韋登堡 Wittenberg 和羅斯托 Rostock 兩地游學，在羅斯托的期間，他結交了一些精通鍊金術，有些擅長占星術，也有些具有數學或醫學特長的各式各樣的朋友，於是獲得很廣博的知識。1566 年 10 月 28 日第谷觀測一次月蝕，1567 年他又觀測一次偏日蝕。1569 年他往奧斯堡 Augsburg 學習製造天文儀器的技術。他做了一座木製的地平緯儀，有 19 尺大，裝置在屋外，但後來被一陣大風雨摧毀。他又製造一座移動式的紀限儀和一座 5 尺大的天體儀。此後第谷就漸漸在天文學上獲得盛名了。

公元 1570 年，第谷因父親患病返回丹麥。翌年父親病逝，第谷搬遷往舅父家住，做些化學實驗，同時又用秘方製造一種萬應良藥，在歐洲出售，盛行一時。公元 1572 年 11 月 11 日，仙后座出現一顆新星，第谷對此星作長期觀測。這就是天文學家所命名的“第谷新星”。（《明實錄·神宗

實錄》亦有此星的記載）自從第谷發現了這顆新星，他就感覺到當時的星表不夠精密。他決心編制一些更精密星表以供將來印證天象變化之用。

公元 1574 年，哥本哈根大學邀請第谷去講學，學生都是貴族出身的年輕子弟。1575 年初，第谷聘任期滿，他經由富蘭福特 Frankfurt Am Main，列根斯堡 Regensburg，韋登堡 Wittenburg，巴塞爾 Besel 等地往威尼斯，和許多天文學家結交，其中一位是後來任魯道夫二世 Rudolph II 御醫的哈格斯 Hagecius。日後第谷是投靠他。

公元 1575 年底，第谷回到丹麥。丹麥國王腓特烈二世 Frederick II 賜給他一個小島和資助，要他答應留在丹麥主持天文觀測。第谷樂意接受，在汶島 Hven 建造一個龐大天文臺，取名“觀天堡”Uraniborg。堡建在島中央的山丘上，堡中有花園、風車、印刷所、實驗室、儀器工廠、和員工住宅。天文臺分四座，裝配當時最先進的天文儀器。公元 1576 至 1596 年的二十年間，第谷在這裡作了大量準確天文觀測。從 1577 年至 1596 年五次彗星的詳細觀察，他懷疑托勒密的“地中說”，他不願意採納哥白尼的“日中說”，想出一個半日心半地心混合體系的折衷理論，自認為可兩全其美。依據他的體系，眾行星圍繞太陽，而太陽率領眾行星再圍繞地球運行。

第谷在觀天堡工作期間作過蒙氣差的觀察，由於地球大氣的折射作用，引致星在接近地平時顯高的現象。他又發現月球均行上的二均差 Variation，並且料到周年差的存在。他用 51" 的歲差常數編制他的大星表。他又從一些星的黃緯度，發現所謂黃赤交道的變化。

在觀天堡工作的二十年期間，第谷的聲譽滿蓋歐洲。丹麥王腓特烈二世和王后蘇菲亞 Sophia 對他都有好感，觀天

堡引來許多參觀者，包括當代的顯貴，例如英國國王詹姆士一世 James I。可是樹大招風，不知不覺間他得罪了不少人，也有很多嫉妒他的人。公元 1588 年腓特烈二世駕崩，第谷逐漸失去丹麥王室的支持，他的敵人向新國君進讒，言說觀天堡是勞民傷財。公元 1593 年他被迫離開觀天堡遷徙往哥本哈根的一座小屋居住。1597 年 3 月 15 日他在觀天堡作最後一次的天文觀測。同年 6 月他離開丹麥啟程往德國，希望獲得魯道夫二世的庇護，同時他也寫信給丹麥的新君主希望他能回心轉意再度資助他回丹麥工作，他也試圖向荷蘭國王求助。公元 1598 年 9 月，他才接到魯道夫二世的邀請。他在布拉格東北郊外建立一座新天文台，但所得資助不理想。他派他的兒子回到觀天堡攜回一些較大的天文儀器。

第谷的幾位助手中有一位年青人開普勒 Johannes Kepler (1571-1630 年)。1601 年 10 月 24 日第谷在布拉格病逝。臨終前他委任開普勒為他的承繼人，並囑他繼續努力進行天文觀察，希望將來可以利用這些觀測成果肯定他的半日中半地中體系。結果這個半日中半地中體系在歐洲與體系發明者偕亡；開普勒利用第谷一生的精密觀測來肯定的是哥白尼的日中說！開普勒基於第谷的精密觀測記錄，研究火星的運行，從而發現行星的兩個基本定律。

第一個定律說：

行星的運動並非如以前的人所說的在乎圓軌道上，而是在橢圓軌道之上。太陽的位置是在這些軌道的一個焦點上。

第二個定律說：

聯接行星和太陽的向徑，在相等時間內掃過相等的橢圓內面積。

這兩個定律是登載在他的《新天文學》（*Astronomia nova*）中。此書在公元 1609 年出版。開普勒尋求各行星和太陽的距離的規律。他嘗企圖以柏拉圖的五個正面立體來設定各行星和太陽的距離，結果他是失敗了。後來纔發現他的第三個定律。

行星的周期的平方，和行星與太陽間的平均距離的立方，是成正比。

這個定律載在他自公元 1616 年開始撰寫的《世界的和諧》（*Harmonice mundi*）中。公元 1619 年他發表他的一部支持哥白尼的著述《哥白尼天文學概要》（*Epitome astronomiae Copernicanae*），不久這部書就被教廷禁止。同年他也發表一部《彗星說》（*De Cometis libelli tres*）。公元 1624 年，他完成了《魯道夫天文曆表》（*Tabulae Rudolphinae*），但是由於經費困難，這部書在 1627 年纔得出版。這是最初一部載有航海者能使用的精密星表的天文曆表，開現代天文曆的先河。公元 1630 年，開普勒病逝布拉格。

繼續支持哥白尼“日中說”的有義大利的卓越物理學家兼天文學家伽利略 Galileo Galilei（1564--1642 年）。他是鐘擺等時性的發現者。他在比薩塔上所作的實驗也是人所共知。這個實驗證明了不同體重的物體都以同加速度下降。他是最先使用望遠鏡觀察天體的天文學家。使用這個新工具，他發現許多前人所不知道的新事物。例如，月球的表面並非明淨如鏡，而是山巒起伏，凹凸不平；太陽表面有變動

的黑子，這些變動具有週期；金星時圓時缺，有和月球一樣的變化；木星具有四個衛星等。他的月球和太陽觀察否定了亞里士多德的完美無缺天體的觀念。“地中說”的辯護者曾說，月亮是地球的衛星，而地球是唯一擁有衛星的天體，月亮繞著地球運行，其他天體也應該是環繞地球了。伽利略不僅指出金星的盈虧現象是環繞太陽的一個證明，而且否定地球獨具衛星，他的天文觀察是載在公元 1610 年出版的一部著作《星際使者》（*Sidereus nuntius*）中。

伽利略極力支持哥白尼的理論。公元 1616 年他受到教廷的警告，不許宣傳哥白尼學說。公元 1622 年舊教皇駕崩，新教皇烏爾班八世 Urban VIII 登位。因為新教皇和他友善，伽利略就著手撰寫他的一部《對話》（*Dialogo*），載述三人對亞里士多德和哥白尼學說的互相發問和對答。由於教廷檢查官的疏忽，這部《對話》便出版面世了，讀者爭購這部書。亞里士多德派的教廷中人大為震動，他們向教皇進讒說，《對話》載述三人中之天真人物 Simplicio 是暗指教皇本人。公元 1633 年，伽利略被宗教裁判法庭審判，《對話》被列為禁書，伽利略被監禁。公元 1637 年他雙目失明，1642 年他與世長辭。

公元 17 世紀中歐洲盛行著一個法國哲學家笛卡兒 René Descartes（1596—1657 年）所創的渦旋說。他說宇宙存有粒子，粒子互碰撞使宇宙間充滿一種稀薄的微塵。這些微塵在太陽周圍作渦旋運動。這些渦旋運動帶動行星在本身軌道的運行。為著避免教會的反對，他說雖然渦旋運動帶動地球繞圍太陽，但是地球相對於流動的渦旋是靜止的，那就不算是地動了，笛卡兒的理論僅是基於思維而不靠實驗。他在科學上的貢獻不是在他的的渦旋運動理論（雖然這個學說在 17 世紀末至 18 世紀初在歐洲流行一時），而是在數學上的

創造。他是分析幾何學的始創者，使幾何和代數結合在同一個系統。他和費爾瑪 Pierre de Fermat (1601—1665 年) 使得可以利用代數方式解答幾何的數題，這是數學史上的一個里程碑。

17 世紀的另一項劃時代的數學貢獻是微積分學的發明，使數學能在科學發揮更大功能，因而促進科學的發展。這就歸功於牛頓 Isaac Newton (1642—1727 年) 和萊布尼茲 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646—1716 年) 兩位傑出人物了。本來介紹牛頓很少是從微積分學說起，因為他是萬有引力定律的發現者。公元 1673 年，荷蘭人惠更斯 Christian Huygens (1629—1695 年) 發表物體作均圓周運動時，這物體的離心力是正比於速度的平方而反比於圓周的半徑。牛頓以嚴謹的數學推導方式證明引力是反於距離的平方，由此算出繞著太陽運動天體的軌道是二次曲線，亦即開普勒的第一定律。牛頓的萬有引力定律是在公元 1684 年首次發表。這個定律說兩物體彼此的引力是正比於兩物體質量的互乘而反比於兩質量中心距離的平方。牛頓把彗星當作太陽系的行星之一來看待，說彗星運行的軌道是繞太陽的偏心率較大的橢圓，並提出彗星運行的周期性。牛頓的萬有引力定律也終於推翻地中說了。

牛頓的運動三定律，對後來自然科學發展有很大的影響力，奠定經典力學的基礎。亞里士多德說地球至月球的運動和月球以外的一切運動有不同的性質，前者依直線而行，後者作圓形運行。牛頓所創立的力學體系把亞里士多德的兩個不同世界統一為一個系統。亞里士多德的自然科學論理也終於被全面否定了。

此外牛頓在光學上也有很大的貢獻。他也曾經做過一些鍊金術的實驗，可是由於當時的社會對鍊金術有不良的成

見，他在這方面的活動就被忽視了。

牛頓不愧可以稱為歐洲科學革命的代表人物。可是談到牛頓，我們已經超越歐洲科學首次東傳的時代。利瑪竇和其他早期來華耶穌會教士的時期，歐洲正在禁止哥白尼日中說傳播的狀態，第谷已經提出他的半日中半地中說，而且伽利略的望遠鏡也帶到教廷去了。牛頓還未誕生呢。我們在下章看當時中西科學交流的情況吧。

第十四章 公元 16 至 18 世紀間中西科技交流

公元 16 世紀期間，中國的科技發展和歐洲是迥然不同。從元代以來，傳統科學的發展已漸漸進入一個停滯的狀態。例如，幾乎沒有人懂得秦九韶、李治、楊輝、朱世傑等的代數學，郭守敬以後，再難找到一位勝任修訂曆法的天文學家。這並非說傳統科學已經完全沒有發展，我們都知道朱載堉（1536—1610 年）在聲學的成就，而且他曾制訂萬壽曆和黃鍾曆，可是比起郭守敬的授時曆，這兩個曆法就只有少數人知道了。相反的歐洲已經脫離中世紀時代進入科學復興時代。第十二章提及文藝復興時代全才達文西。有人認為他的時代是歐洲科學復興時代的起點。從此歐洲人士對自然現象作出更細心的觀察，產生了新見解。起初他們企圖修改亞里士多德的學說，但後來他們終於向這些學說挑戰了。隨著哥倫布（約 1451—1506 年）發現新大陸和麥哲倫 Ferdinand Magellan（約 1480—1521 年）航海環繞世界，歐洲邁入一個充滿希望和燦爛前途的時代。

公元 15 世紀末期和 16 世紀，歐洲的許多國家在遍滿世界的各地，為著貿易、殖民地、傳佈宗教而彼此之間發生角

逐，依靠武器解決一切。於是歐洲的火槍和火砲就傳到世界各處。最早稱霸印度洋的歐洲人是葡萄牙人。公元 1517 年葡萄牙艦隊首次進入中國領海，停在珠江口的一個灣。他們稱這個灣為 Tamao 或 Tamou。依據羅香林的考證，這是屯門澳，在今香港新界。此後葡萄牙艦隊屢次來華，其事蹟與科技交流無關的就略而不談。公元 1523 年葡萄牙海軍第五次來華的時候，在廣東新會縣的西草灣和明軍開戰。在這一役中明軍虜獲兩艘葡艦，四十二名俘虜，數具葡人的大砲 caliver 和兩名華人翻譯員，楊三和戴明。這兩名翻譯員曾學會葡人的火砲和火藥的製法。巡撫汪鉉雇用這兩名翻譯員，使他們製造火砲，並把所虜火砲早上朝廷報功。當時的人稱這些火砲為佛狼機（銃）。話雖如此，《福建通志》（卷 267，頁 10a）載述公元 1519 年，王守仁（1472 - 1528 年）討伐朱宸濠的時候曾擬動用佛狼機，而且較早時魏昇也使用過一百多具佛狼機攻擊叛軍。我們僅可以說，佛狼機是在 16 世紀初期，而不晚於公元 1523 年，傳到中國土。

葡萄牙人的手槍 arquebus 或 harquebus 的最早東傳年代還是一個未能確立的問題。一般的講法說，公元 1542 年，也有人說是 1543 年，一艘載著三個葡萄牙人的中國帆船被颱風吹到日本九州南部的一個小島。島名是種子島。葡萄牙人送兩枝手槍給島長時堯。時堯命令他的技師八坂金兵衛清定仿製這種火器。最初這種葡式手槍以島命名，稱為種子島，後來改稱鐵砲。南浦文之著有《鐵砲記》（1606 年成書）。九州是倭寇窩藏的地方。鐵砲很快就到了倭寇的手裡。他們常出沒江蘇，浙江，福建沿海一帶。公元 1548 年，朱納的部屬盧鏜在雙嶼島擊敗倭寇，虜獲一些葡式手槍。明代稱這些手槍為鳥銃或鳥嘴銃，以形狀取名。事情並

不是這樣的單純。在公元 1567 年，武田晴信（1521—1573 年）已經知道鐵砲在戰場上的重要性，1575 年，織田信長（1534—1582 年）在長篠之役使用一萬鐵砲。《北條五代記》載述公元 1510 年從中土歸國的一位僧人，攜返鐵砲呈給藩主。可見葡萄牙人到達種子島以前日本已經有了來自中國的槍。這些槍是否源自葡萄牙是有兩種其他的說法。

依據趙士禎的《神器譜》（1598 年成書）的記載，作者的祖父趙性魯說當他任大理寺的寺副職時，即公元 1530 年前，吐魯蕃人曾經使用嚕蜜銃。嚕蜜即拜占庭，16 世紀初期土耳其的使節屢次來華，趙士禎記述其中有一次，在公元 1548 年曾進獻嚕蜜銃，並引他的祖父說這種火器更勝於葡萄牙的烏銃。

根據鄭若曾的《江南經略》（1575 年成書），戚繼光有一次對他說曾經在永樂帝（1403—1424 年在位）的軍器庫發現當時的佛狼機和烏銃。那麼我們所能確定的僅是烏銃最初在日本和中國出現的最晚年限了，即公元 1543 年在本，公元 1548 年在中國。

歐洲有一件很巧合的事情發生。葡萄牙火器東傳這段時期，正值西班牙天主教方濟·沙勿略 Francisco Javier（1504—1552 年）和其他六位同仁創立耶穌會的年代。教皇保祿三世在 1540 年正式承認這個組織。耶穌會士常被認為是天主教各修會中的最傑出知識份子，而且在公元 16 至 18 世紀間中西科技交流上曾扮演一個主要的角色。沙勿略在 1549 年抵達日本的鹿兒島佈道，感覺到從中國開始佈道則可事半功倍。1551 年他返回印度，1552 年他啟程往中國，到達中國沿海的一個小島，染病死亡。

耶穌會士立下三個誓言，其中一個是終生服從和擁護教皇。獲得教皇的信賴。當時的總部是在羅馬的羅馬學院

Roman College。第十二章提及的替教皇格雷高里十三世修訂新曆的名滿歐洲的德國數學家克拉維斯是在這所學院任教的一位耶穌會士。公元 1615 年，伽利略被召上羅馬教廷，向教皇保祿五世解說他的新天文觀察。他攜帶他的望遠鏡，在教廷展出他的新發現。克拉維斯是代表教廷審查這具望遠鏡的一人。協助他的有一位年青耶穌會士 Adam Schall Von Bell（1591—1666 年），後來取名湯若望。所以耶穌會士對當時歐洲的科學發展應該是很熟識，只是因為有對教皇絕對服從的誓言，他們不敢支持哥白尼的地動日心說。克拉維斯的門徒中，有一位是 Matteo Ricci（1552—1610 年），後來取名利瑪竇。利瑪竇也是一位耶穌會士，被派往中國傳教以完成沙勿略的遺志。

公元 1583 年，利瑪竇抵達肇慶，結識一些士人，其中一位是王泮。他替他的友人製造一個世界地圖。公元 1602 年，稱為《坤輿萬國全圖》的最早在中國製造的世界地圖就面世了。有些朝廷的高官很重視利瑪竇的數學知識。徐光啟（1562—1633 年）和他合力翻譯一部克拉維斯的歐幾里得幾何著作，這是《幾何原本》，書中稱克拉維斯為丁先生。他又和李之藻（1565—1630 年）翻譯克拉維斯的另外一部書，這是《同文算指》。前者是根據克拉維斯的 *Euclidis Elementorum libri XV*，後者是克拉維斯的 *Epitome Arithmeticae Practicae*。這是希臘幾何學和西方算術著作傳入中國的開端。利瑪竇亦翻譯三部天文學的著作，介紹西方天文學、天文儀器、高等幾何學和測量學到中國。利瑪竇深知明朝皇帝對天文的重視，當時欽天監的官員沒有人能夠修訂曆法，但他本人的天文造詣遠不如數學，他臨終前上書羅馬請派出一位精諳天文的教士來華。公元 1610 年，利瑪竇在北京逝世。這也是伽利略在歐洲發表他的《星際使者》

那一年。

承繼利瑪竇的耶穌會士是熊三拔 Sabbathinus de Ursis (1575—1620年)。他曾準確預測公元1610年12月15日的日蝕，顯示西法勝於傳統日蝕預測方法。他和徐光啟在公元1611、1612年，先後著有一部《簡平儀說》和一部《泰西水法》。公元1613年，艾儒略 Juies Aleni (1582—1649年)來華，著有一部共四卷的《幾何法要》。繼著來華的有鄧玉函 Jean Terrentius (1576—1630年)，龍華民 Nicholas Longobardi (1559—1654)，羅雅谷 James Rho (1593—1638年)、湯若望等。他們和徐光啟、李之藻、李天經 (1579—1659年)等都曾經參與《崇禎曆書》的編著。

從科技傳播方面來說，明朝第二代耶穌會教士以湯若望最為傑出。他在公元1622年來華。他的天文知識給當時朝廷以深刻印象。公元1626年，他編寫了一部《遠鏡說》。他曾參加編寫《崇禎曆書》，並協助明朝守軍製造佛狼機反擊攻城的清兵。明朝滅亡後，清廷繼續任用耶穌會教士。公元1645年，湯若望任欽天監職。同年他修訂《時憲曆》。他又將《崇禎曆書》改名《西洋新法曆書》獻上順治皇帝。以前官方對從歐洲帶來的知識僅冠一個“新”，從來不用“西洋”這詞。他被楊光先 (1597—1668年)誣告，1663年被判入獄，獲釋後旋逝世。這是公元1666年。

清初來華的耶穌會教士中有穆尼閣 Nicolas Smogolevski (1611—1656年)和南懷仁 Ferdinand Verbiest (1623—1688年)等。公元1653年穆尼閣和他的一個門徒薛鳳祚 (?—1680年)合撰一部《天步真原》，論及日月蝕問題。他們的一部《三角算法》是在中國最早的刊登對數表的著作，此外，三角函數對數表亦由此書傳入中國。穆尼閣

的另外一位門徒方中通（1633—1698年）在公1661年刊刻他的一部《數度衍》，載有多種魔方陣。南懷仁是繼湯若望後最傑出的耶穌會士天文學家。上文提及湯若望的被判入獄。事情並非僅因為使用“西洋”這詞那麼單純，而涉及欽天監內的漢人、回人與西洋人之間的權力鬥爭。湯若望入獄後楊光先受命掌司天監。公元1665年司天監廢除《時憲曆》，採用前朝的《大統曆》，立刻引起許多困擾，例如當局還要爭論是否應該一年置閏兩次以符合天象，他們不知道《大統曆》已經超過一段很長的時期，早已不再適用了。楊光先以年事已高和體弱告退，但不獲准。欽天監的漢人和回回曆的專家之中沒有人能修改曆法。南懷仁當時已獲得康熙皇帝的信任。他被玄燁（1661—1722年在位）召傳進宮，講授天文和數學。公元1668年，南懷仁奏欽天監曆失誤。玄燁命在午門以觀測考驗欽天監所用曆、回回曆和南懷仁所說該用的曆法，證明南懷仁所說不差。楊光先被免職。公元1669年，南懷仁掌欽天監，復使用《時憲曆》。在他的任期中他製造六具巨型天文儀器，這都是依隨第谷的傳統而製的。在北京的古觀象臺還可以看到一些南懷仁製造的儀器。第谷在觀天堡所用的天文儀器今已一無所存。誰知他這位公元16世紀歐洲最偉大天文觀測者所留下的傳統，是由中國替世界保存著呢！南懷仁撰寫一部《靈臺儀象志》載述他所製的儀器。公元1688年南懷仁逝世。

牛頓在1684年發表他的萬有引力，帶領科學進入一個新紀元，而歐洲已徹底推翻亞里士多德的學說。耶穌會士沒有帶來歐洲的新科學，也許是受於時間的限制，因為他們只剩下不太多在華活躍的時間，而且耶穌會本身也發生了問題。在這個時期，在華的耶穌會士曾作出一項對科學的大貢獻。這是地球經度的測量。南懷仁逝世後的六年間，欽天監

位空缺，事務由安多 Antoine Thomas (1644—1709 年) 和徐日昇 Thomas Pereira (1645—1708 年) 兩位耶穌會士代辦。安多曾參與這項大規模地球測量工作。這個計劃是在公元 1702 年開始進行。玄燁很關懷這項工作。工作組的成員包括一些王親國戚，欽天監的官員，耶穌會教士，和曾在欽天監受過數學訓練的西藏喇嘛僧。參與的耶穌會教士有安多、雷孝思 Joan-Baptise Régis (1663—1738 年)、白晉 Joachim Bouver (1656—1730 年)、杜德美 Pierre Jartoux (1668—1720 年) 等。公元 1717 年，這項工作大功告成，測得地球平面上子午線 1 度等於 195 里 6 步。這是繼約一千年前一行子午線測量的壯舉，而且這也是採用近代西洋方法的世界上最早子午線測量。大約九十年後，在公元 1791 年，法國的最高國家研究院纔有一個類似的測量，鑑定一公尺等於海拔上地球圓周的四分之一的一千萬分之一。公元 1718 年，欽天監製造一個《皇域全圖》的清代領土地圖。

在上述的測量中，雷孝思和他的耶穌會士同僚發覺北緯 47 度的一度子午線比在北緯 41 度的一度子午線，多出二百五十八份之一度。本來這是因為地球在兩極稍扁的原故。雷孝思等對他們自己的觀測和計算都具有信心，但是沒有進一步解釋他們的無意中發現。當時歐洲人相信地球是橢圓而非扁圓球體，這也是名蓋歐洲天文學家卡西尼 G.D. Cassini (1625—1712 年) 所提出的。也許是卡西尼的盛名使雷孝思和他的同僚不敢想到，或者是不敢提出地球扁圓形的異論。

公元 1704 年，羅馬教廷下令禁止一切天主教徒拜祖先，在朝野上引起很大的風波。公元 1707 年，玄燁把福建省的天主教主教逐出中國，又下令禁止所有服從羅馬的這個

教規的教士留在中國國土。公元 1722 年玄燁駕崩，世宗胤禔（1722—1735 年在位）登位。他懷疑傳教士們和某些皇子勾結，謀奪他的帝位。公元 1723 年，他下詔除在欽天監供職的耶穌會士外，其他教士一律驅逐到澳門，不許擅入中國其他任何的地方。公元 18 世紀初葉，耶穌會也在歐洲被政治糾紛所牽連，教皇被迫解散耶穌會。所以無論如何耶穌會士所扮演的科學傳播角色也要在公元 18 世紀初葉告一段落了。值得一提的是留在欽天監工作的戴進賢 Ignatius Kögler（1680—1746 年）曾經編寫一部載述三百星座和三千八百二顆星的《儀象考成》。

耶穌會士傳入中土的科學並非當時歐洲的尖端科學知識而是在歐洲正被淘汰的基於亞里士多德學說的學問。例如天文學所傳來的是托勒密的地中說和後來在歐洲曇花一現的半日中半地中說。羅馬學院的耶穌會士們當然對哥白尼的地動日心說和伽利略都很熟識。例如湯若望曾經和克拉維斯一同檢查伽利略的望遠鏡，相使用它來觀察天象。假如他不相信伽利略用望遠鏡所見到的天象，他哪會在中國寫一部《遠鏡說》呢？但書中沒有提及伽利略的名字。可見耶穌會士有他們的苦衷，為著以科學取信於中國的皇帝和得勢大臣，他們要儘量顯示歐洲在科學上的先進，另一方面他們曾立下誓言擁護教皇，所以不敢做出任何使教皇猜疑的事情，連哥白尼和伽利略的名字，也諱莫如深。

耶穌會也在教廷受到一些其他修會的非議，說在中國的傳教發展緩慢，遠比不上例如在菲律賓的由其他修會教士主持的傳教工作。耶穌會士以中國為一高度文化國家為由，應該用與眾不同的方式，以皇帝和士大夫為傳教目標，一旦成功則一勞永逸，而且日本也將隨著中國信奉天主教。為著使歐洲相信中國是一個有高度文化的國家，耶穌會士們就一方

面將歐洲的科學傳往中國，另一方面把許多中國的知識帶回歐洲，演扮一個特殊的中西交流角色。傳入中國的歐洲科技已經有了交待，剩下來的就是較少受人注意的帶回歐洲的中國方面的知識。

一個有趣的例子是數學的二進法。第十三章已提及和牛頓個別發明微積分的德國數學家萊布尼茲。萊布尼茲也曾試造過二進法，但沒有知道它的重要性，所以把它擱置在一旁。從一位在中國傳教的耶穌會士白晉，萊布尼茲獲悉《易經》的六十四卦，這是邵雍的先天卦。他以 0 取代陰爻，以 1 取代陽爻，就發現到六十四卦是依照他從前嘗試過的二進法之 0 至 63 的排列。他指出六十四卦和二進法的類似，並把一些宗教和神秘的意義附在二進位數上，希望能夠引導清朝的皇帝信奉耶穌。他說：

所有組合都是從 1 和 0 產生出來的，好像說萬物的主宰從無中創造萬物。同時，世上只有萬物主宰和無兩個基本原理。

他又提及上帝曾啟示伏羲使用這個次序作卦，內中暗含以上的真理。他那知道先天圖最遠僅能追溯到公元 11 世紀呢？萊布尼茲對清朝皇帝的希望沒有成功，但他的二進法近來成為最適合現代電腦所採用的高速電子反回路線的系統。為著誰先發明微積分的問題，公元 17 世紀下半葉，德國和英國之間一度發生不愉快的爭論。科技發明成為歐洲的國際敏感問題。無論如何，沒有人要否定萊布尼茲和先天六十四卦的淵源吧。

上文所載的公元 18 世紀耶穌會士白晉等參與所製地圖，即《皇域全圖》，是當時世界上最準確和最精美的地圖。這圖多次在中國和歐洲複印，使歐洲人士對中國的地理

獲得更多認識。本世紀初的一位漢學家瓦卡 G. Vacca 曾說，到公元 18 世紀為止，歐洲的地理學家都抄自中國所製的地圖，但是未必時常保留原圖的準確性，而且從來沒有把原圖作任何改良。

談及《皇域全圖》就引起一位上文沒有提及的嘗參與製圖工作的耶穌會士宋君榮 Antoine Gaubil (1689-1759 年)。他把許多中國傳統天文和數學知識傳回歐洲，例如彗星的記載，引起公元 19 世紀一些西方天文學家和漢學家對中國傳統天文記錄的興趣。我們知道，從春秋戰國至明代中葉，中國傳統天文記錄，包括彗星、超新星、日蝕、月蝕、黑子、流星等，是世界上最具連續性和比較上最為可靠的記錄。本世紀的天文學家，在研究超新星、脈沖星、彗星周期等，也常參考中國的傳統天文記錄。

較早時期利瑪竇也將中國天文學上的宣夜論傳回歐洲。在這個公元 16 世紀末和 17 世紀初期之間，歐洲人士還深信著亞里士多德的水晶體圓球，認為一切星體都是附在水晶球的表面上。宣夜說認為一切星體都是浮在一個無際和虛空的宇宙，就被當時的歐洲人士看作為一種來自中國的“謬論”。不久後亞里士多德的學說逐漸在歐洲失勢，不少作家提及這個中國“謬論”，例如，歐洲出現了一些有關月球旅行的小說，但總是涉及這個來自中國的構想。也許歐洲人士是利用宣夜說來推翻亞里士多德的水晶球體說。另外一個問題是耶穌會士把這個所謂“謬論”傳往歐洲的用意。他們是否別有用心，明說這是“謬論”，暗中是支持哥白尼和伽利略呢？可惜還沒有足夠資料來解答這個問題。

尚有一個還沒有足夠資料來解決的問題是有關朱載堉的十二平均律。這是載述於公元 1584 年面世的他的一部《律學新說》。朱載堉把音階均分為十二半音，這就是十二平均

律。十二平均律首次在歐洲出現在公元 1636 年默森 Marin Mersenne (1588—1648 年) 的著述中。默森時與在華的耶穌教士通信，討論有關科學問題，而他本人也是一位教士。利瑪竇為著了解當時的曆法曾經閱讀朱載堉的有關曆法的著述，很可能也有讀過《律學新說》，兼之在華的教士們也應該和中國的音樂有所接觸。雖然默森沒有提到他的十二平均律的來源，很可能這是源自朱載堉。

上文提及公元 1723 年胤禎下詔禁止耶穌會士和其他教士入境。公元 1773 年，教皇克雷芒十四世 Clement XIV (1769—1774 年在位) 在法國和西班牙政治壓力之下，解散耶穌會。公元 1814 年，庇護七世 Pius VII (1800—1823 年在位) 纔恢復耶穌會。雖然耶穌會士在華的活躍也受到很大的影響，他們已經完成他們所扮演的中西科技交流的主要角色。在耶穌會教士幾乎絕跡和西方科學暫告停止輸入中國的一段時期內，清代數學家開始吸收已傳入的西方數學和重新檢討傳統數學，進行改弦易轍的研究。數學和天文學的中西交流時期發生最早。傳統數學和天文學和西方主流的融合時期也是最早出現。這都是發在耶穌會士在華活躍的時代。數學和自然科學與主流融合發生最早，生物學的融合發生較晚。我們現在還是等待著看到傳統醫學和西方醫學“百川異源，而皆歸於海”這一天。

參考書目

下列的 1. 和 2. 是主要的參考書。兩部書都載有大量的參考書目，是必需的工具書。

1. Gillispie, C. *Dictionary of Scientific Biography*, 16 卷 (1970 至 1980 年, New York)。〔尤其是卷 16 所載述的有關印度、美索不達米亞、埃及、瑪雅等各篇。〕
2. Needham, J. *Science and Civilisation in China*, 約 30 冊，15 冊已出版 (Cambridge, 1954 -)
3. Cajori, F. *A History of Mathematics* (New York, 1919).
4. Ho Peng Yoke, *The Swinging Pendulum* (Hong Kong, 1982).
5. Ho Peng Yoke, *Li, Qi and Shu: An Introduction to Chinese Science and Civilization* (Hong Kong, 1985).
6. 何丙郁，〈中西數學家傳奇〉，《文史論叢》，1985 年 1 期，頁 239-270。
7. 何丙郁，〈西方天文學家傳奇〉，《科技史論叢》。(合肥，1987)，頁 101-116。
8. Neugebauer & Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts* (New Haven, Conn., 1945)。
9. Neugebauer, O., *The Exact Science of Antiquity* (Princeton, 1952)。
10. Partington, J. R., *A Short History of Chemistry* (London, 1957)。